

اساسيات الفيزياء الذرية
Fundamentals of Atomic Physics

تأليف

ا.د /عبدالهادي محمد حمدان البرغوثي

أستاذ الفيزياء (سابقاً)

جامعة القدس - فلسطين

جامعة ام القرى - مكة المكرمة

2020



حقوق الطبع محفوظة للمؤلف

©

إهداء ...

لى

زوجتي وبنتي العميرتين

الفهرس

7	مقدمة.....
9	الفصل الأول : سلاسل الطيف.....
9	(1.1) مقدمة.....
9	(1.2) نموذج طومسون.....
11	(1.3) نموذج رذرفورد الذري.....
13	(1.4) الطيف الذري الخطي.....
16	(1.5) نظرية بور لذرات هيدروجينية.....
20	(1.6) أصل السلاسل الطيفية.....
23	(1.7) تصحيح بسبب الحركة النووية.....
27	(1.8) تعيين نسبة كتلة البروتون_الإلكترون.....
28	(1.9) اكتشاف الديتريوم.....
29	(1.10) التهيج الذري.....
29	(1.11) تجربة فرانك – هيرتز.....
31	(1.12) مبدأ مقابلة بور.....
33	(1.13) نظرية سمر فيلد لذرة الهيدروجين.....
39	(1.14) نظرية سمر فيلد النسبية لذرة الهيدروجين.....
42	أمثلة محلولة.....
49	تمارين.....
50	الفصل الثاني: التركيب الدقيق لخطوط الطيف.....
50	(2.1) غزل (لف) الإلكترون.....
50	(2.2) الأرقام الكمية وحالة الإلكترون في الذرة.....
55	(2.3) التكوين الإلكتروني في الذرات.....
56	(2.4) عزم الذرة المغناطيسي.....
58	(2.6) العزم المغناطيسي و معامل g - للاندني لذرات أحادية التكافؤ.....
61	(2.7) نموذج منج الذرة.....
61	(2.7.1) اقتتران راسل - ساندرس أو اقتتران (L- S).....
66	(2.7.2) اقتتران j-j.....
67	(2.8) رموز الحالة الذرية (الحدود الطيفية).....
68	(2.9) الحالة الأرضية لذرات أحادية التكافؤ (ذرات الهيدروجين والذرات القلوية).....
69	(2.10) الحدود الطيفية لذرات ثنائية التكافؤ (ذرة الهيليوم وذرات العناصر الأرضية – القلوية).....
80	(2.11) قاعدة هاند لتحديد الحالة الأرضية لذرة ما.....

80.....	(2.12) معامل g - للاندي في إقتران L-S.....
86.....	(2.13) معامل- g للاندي في إقتران J-J.....
88.....	(2.14) طاقة الذرة في المجال المغناطيسي.....
89.....	(2.15) تجرية ستيرن و جيرلاج (تكميم الفضاء).....
91.....	(2.16) طاقة تفاعل الحركة المدارية والغزلية.....
96.....	(2.17) البنية الدقيقة لمستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين.....
100.....	(2.18) البنية الدقيقة لخط الطيف $H\alpha$
103.....	(2.19) البنية الدقيقة لخطوط طيف الصوديوم D-.....
104.....	(2.20) طاقة التفاعل في إقتران L-S لذرة ثنائية التكافؤ الإلكتروني.....
111.....	(2.21) طاقة التفاعل في إقتران J-J للذرة ذات الكتروني تكافؤ.....
115.....	(2.22) قاعدة فترة لاندي.....
116.....	أمثلة.....
130.....	تمارين.....
133.....	الفصل الثالث: أطيف المعادن القلوية.....
133.....	(3.1) خصائص الطيف للمعادن القلوية:.....
133.....	(3.2) مستويات الطاقة للمعادن القلوية.....
136.....	(3.3) السلاسل الطيفية للذرات القلوية.....
140.....	(3.4) صفات سالينت لأطيف الذرات القلوية.....
141.....	(3.5) غزل الإلكترون والتركييب الدقيق للخطوط الطيفية.....
147.....	(3.6) شدة الخطوط الطيفية.....
150.....	أمثلة.....
156.....	(3.7) أطيف عناصر الأثرية القلوية.....
164.....	(3.8) القفرات بين حالات الطاقة الثلاثية.....
164.....	(3.9) قواعد الشدة.....
165.....	(3.10) ثلاثي الكالسيوم الكبير.....
166.....	(3.11) طيف ذرة الهيليوم.....
169.....	تمارين.....
171.....	الفصل الرابع: الظواهر الكهروضوئية والمغناطوضوئية.....
171.....	(4.1) ظاهرة زييمان.....
176.....	(4.2) ظاهرة زييمان الشاذة.....
180.....	(4.3) ظاهرة باسكن- باك.....
187.....	(4.4) ظاهرة ستارك.....

190.....	أمثلة
197.....	تمارين
198.....	الفصل الخامس :
198.....	أطياف الأشعة السينية
198.....	(5.1) مقدمة
198.....	(5.2) فوتوغراف لوي
199.....	(5.3) استمرارية وخصائص الأشعة السينية
202.....	(5.4) مستويات طاقة الأشعة السينية
206.....	(5.5) قانون موزلي
208.....	(5.6) مزدوج نسيية – الغزل (مزدوج منتظم)
209.....	(5.7) مزدوج الحجب (غير المنتظم)
210.....	(5.8) امتصاص الأشعة السينية
214.....	(5.9) قانون براغ
218.....	أمثلة
224.....	تمارين
225.....	المراجع

مقدمة

بسم الله الرحمن الرحيم والصلاة والسلام على رسوله الكريم.

نضع هذا الكتاب بين ايادي طلبة تخصص الفيزياء الجامعية في السنوات المتقدمة والى العلماء وكل المهتمين بدراسة مفاهيم واساسيات الفيزياء الذرية، التي بدأت في التبلور مع بداية القرن التاسع عشر والذي يعتبر تاريخ انطلاقة مفاهيم ونظريات الفيزياء الحديثة، والتي جاءت بعد تطور نظريات الميكانيكا الكمية. ويحتوي هذا الكتاب على شروحات مبسطة باللغة العربية وامثلة تساعد الطالب على فهم وتطبيق النظريات والمسائل الذرية. حيث تم استعراض مبادئ الفيزياء الذرية منذ نشوء النماذج الذرية على يد طومسون وتجارب رذرفورد وما تبعها من تعديلات جوهرية تتناسب مع النتائج المعملية والظواهر الفيزيائية.

تناول الفصل الأول من هذا الكتاب مراحل تطور مفاهيم التركيب الذري منذ ان وضع طومسون نموذجا للذرة وما تبع ذلك من نموذج رذرفورد. كما تناول الطيف الخطي الذري وسلاسل الاطياف لذرة الهيدروجين والأسس الرياضية لنظرية بور التي وضعت في عام 1913. وتم استعراض طرق اثاره الذرة في تجربة فرانك-هيرتز. كما تناول فرضيات نظرية سمر فيلد في تفسير أصل الخطوط الطيفية ودوران الالكترونات حول النواة. وتم تقديم امثلة تطبيقية لمساعدة الطالب على فهم أسس هذه النظريات السابقة.

اما في الفصل الثاني، يتناول هذا الكتاب فكرة ادخال مفهوم لف او غزل الالكترونات حول محور خاص بها، وبناء عليه تم عرض وصف الالكترونات بأرقام كمية أربعة والتي جاءت على أساس نتائج حلول معادلة شرودنجر لحركة الالكترون في الذرة. كما يقدم هذا الفصل الهيئة الالكترونية في الذرات. كما تم استعراض النموذج المتجه للذرة وطرق اقتران متجهات الزخم الزاوية (اقتران راسل-ساو ندرس). وتم شرح مفاهيم الحالات الذرية او ما يسمى برموز الحدود الطيفية، وكمثال على ذلك، قدمت شروحا تفصيلية للحدود الطيفية لأنظمة ذرية تحوي على الالكترونين تكافؤيين (ذرة الهيليوم وعناصر الأتربة القلوية). وتم عرض أثر المجال المغناطيسي المسلط على الذرة (تجربة ستجرن-جير لاج). كما تناول هذا الفصل التركيب الدقيق لذرة الهيدروجين وذرة الصوديوم. وعرضنا امثلة على تطبيقات لهذه المفاهيم.

يقدم هذا الكتاب في الفصل الثالث وصفا لطيف الانبعاث لذرات المعادن القلوية وتصحيح الخلل الكمي في العلاقة المعبرة عن مستويات الطاقة لهذه الذرات، كما يستعرض رياضيا الأعداد الموجية لخطوط السلاسل للذرات القلوية. ويتناول هذا الفصل تأثير غزل الالكترون على التركيب الدقيق في خطوط الطيف، وكمثال على ذلك يقدم البنية المزدوجة للسلسلة الرئيسية في ذرات عنصر الصوديوم. كما يوضح شدة الخطوط الطيفية. كما يشرح أطياف عناصر الأتربة القلوية ويستعرض السمات الأساسية لهذه الأطياف لحالات اقتران الزخم الزاوية الكمية بنوعيتها. إضافة لذلك، أعطيت عدة امثلة على التباعد بين خطوط المزدوج في ذرات الصوديوم. وقدمت شروحات عن ثلاثي الكالسيوم العظيم وطيف ذرة الهيليوم.

وفي الفصل الرابع تمت مناقشة ظاهرة زيمان العادية والشاذة وعرضت القوانين التي تعطي فرق الاعداد الموجية بين الخطوط الناجمة عن الانقسام بفعل المجال المغناطيسي الخارجي والمسلط على ذرات العناصر، مثل انقسام خطي الصوديوم. كما يشرح هذا الفصل ظاهرة باسكن-باك في حالة المجال المغناطيسي القوي لحالات الذرات أحادية وثنائية الكترون التكافؤ. وتناول هذا الفصل ظاهرة ستارك التي تنتج عن تسليط مجال كهربائي على ذرة الهيدروجين والذي يسبب في انقسام خطوط بالمر. ولفهم المعادلات الرياضية الواردة في هذا الفصل قدمت عدة امثلة متنوعة.

اما في الفصل الخامس من هذا الكتاب تم تقديم وصفا لتوليد الأشعة السينية وخصائصها وفقا لنظريات الكم. كما يشرح هذا الفصل قانون موزلي وقانون المزدوج المنتظم وغير المنتظم، وامتصاص الأشعة السينية اثناء اختراقها لوسط مادي، وتم إعطاء آلية لتفسير هذا الامتصاص بفعل التأثير الكهروضوئي، تشتت كومبتون والانتاج الزوجي. كما تناول هذا الفصل قانون براغ الذي يصف حيود الأشعة السينية عند مرورها خلال بلورة ما وانعكاسها عن المستويات الذرية في هذه البلورة. كما أعطيت امثلة كتطبيقات على القوانين المعطاة في هذا الفصل.

ولله الحمد والمنة، وهو من وراء القصد.

د. عبد الهادي محمد حمدان البرغوثي

عابود / روم الله - فلسطين

الفصل الأول : سلاسل الطيف Spectrum series

نتناول في هذا الفصل التطور التاريخي لنماذج تتعلق بالبنية الذرية: نموذج طومسون، نموذج رذرفورد، واصل الخطوط الطيفية الذرية. كما نقدم فرضيات نظرية بور للذرات الهيدروجينية. والتعديلات على هذه النظرية بسبب حركة النواة. كما نناقش وسائل اثارة الذرة وتجربة فرانك-هيرتز. كما نستعرض نظرية سمر فيلد اذرة الهيدروجين.

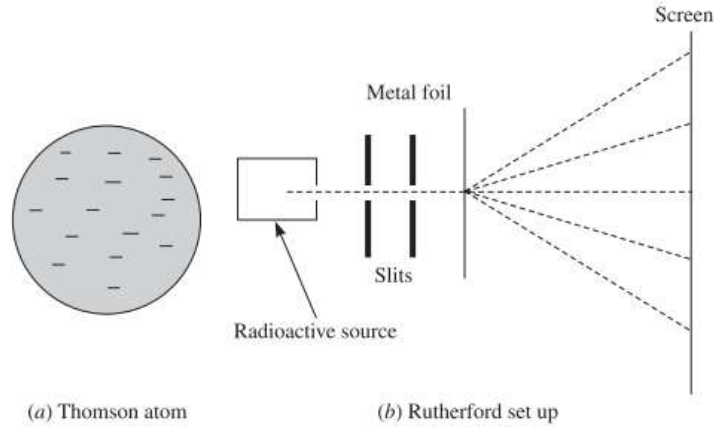
(1.1) مقدمة Introduction

اكتسب فهم تاريخ تطور التركيب الذري اهمية خاصة بسبب كونه اول محاولة منظمة تناولت بحث العلاقة بين الخواص العياني للمادة مع تركيباتها المجهرية. في القرن التاسع عشر، تم التأكيد وبشكل حازم ان المادة تتكون من ذرات وجزيئات. كما اعطت نظرية الغازات الحركية دليلا واضحا ومعلومات عملية متعلقة بكتلة وحجم هذه الذرات والجزيئات. اعتمدت النظرية الحركية على تطبيق قوانين الميكانيكا الاعتيادية على حركة جزيئات الغاز، وبالتالي اعطت علاقة بين بعض الخواص البنائية لهذه الجزيئات وخواص الغازات. كما اعطى اكتشاف *Thomson* للإلكترون مؤشرا على ان الذرة لها تركيب داخلي *inner structure*، وهذا جعل الفيزيائيون يبحثون في التركيب الداخلي للذرة، حيث جرت محاولات في هذا الاتجاه من خلال افتراض نماذج ذرية متنوعة.

(1.2) نموذج طومسون Thomson Model

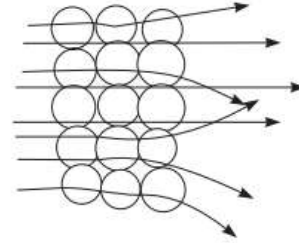
بعد اكتشاف ان الإلكترونات سالبة الشحنة، تحقق ان هذه الإلكترونات هي احدى الجسيمات المكونة للذرات. بما ان الذرة تكون متعادلة كهربيا، افترض طومسون انه يمكن اعتبار الذرة ككرة موجبة الشحنة ومغموسا فيها هذه الإلكترونات السالبة الشحنة، وان مقدار الشحنات الموجبة يساوي الشحنات الكلية التي تحملها هذه الإلكترونات. وسمي هذا النموذج بنموذج فطيرة البرقوق *plum – pudding model* (شكل 1.2.1a). فشل هذا النموذج في تفسير نتائج تجربة تشتت جسيمات ألفا التي اجراها العالمان جايجر و مارسدن *Geiger and Marsden* بإشراف العالم الفيزيائي رذرفورد *Rutherford*.

يبين الشكل (1.2.1b) مخططا لتجربة رذرفورد. حيث يسمح لشعاع متوازي *collimated beam* من جسيمات ألفا α -particles، المنبعثة من مادة مشعة، بالسقوط على صفيحة ذهبية رقيقة *foil*. ويتم الكشف عن جسيمات ألفا المتشتتة بواسطة شاشة *screen* مكونة من كبريتيد الخارصين *zinc sulphide* وموضوعة خلف الصفيحة. وعند سقوط هذه الجسيمات على هذه الشاشة، يشاهد ومضة من الضوء.



شكل (1.2.1) مخطط تجربة رذرفورد ونموذج طومسون.

في هذه التجربة، وجد ان معظم جسيمات ألفا المتشتتة تعاني من انحرافات قليلة عن خط اتجاه سقوطها الأصلي ولكن يعاني بعضها انحرافا مقداره 900 أو أكثر من ذلك (الشكل 1.2.2)، كما وجد ان جسيم واحد من بين 10^4 جسيما يرتد الى الخلف نتيجة لتشتته عند السقوط على الصفيحة الذهبية.



شكل (1.2.2) انحراف جسيمات ألفا بواسطة ذرات الصفيحة الذهبية.

على ضوء نموذج طومسون، لنفرض ان جسيم ألفا يسقط على لصفيحة الذهبية الرقيقة، التي تتكون من عدة طبقات من الذرات. فاذا كان مسار جسيم ألفا في الصفيحة خارج ذرات الصفيحة، فإن هذا الجسيم لا يعاني من اي انحراف عن مساره الأصلي. أما إذا كان مساره في داخل الذرة وتفاعل مع الكترولونات هذه الذرة، فإنه يعاني انحرافا صغيرا بسبب ان الإلكترون يعتبر خفيفا مقارنة مع جسيم ألفا. حيث ان الصفيحة تتكون من عدة طبقات، فيمكن ان تعاني جسيمات ألفا تشتتتا بطرق مختلفة معتمدا ذلك على تفاعلها مع تلك الذرات المتنوعة.

عموما، تكون مسألة ايجاد انحراف جسيمات ألفا بعد خروجها من الصفيحة المشتتة هي مسألة احصائية، التي تشبه مسألة السير العشوائية (ارجع الى كتب الميكانيكا الإحصائية) *random walk problem*. وفقا

لتوقعات هذه النظرية، تكون احتمالية تشتت جسيم ألفا بدرجة 90 أو أكثر تساوي واحد لكل 10^{3500} بينما تظهر التجربة ان هذه الاحتمالية تساوي واحد لكل 10^4 .

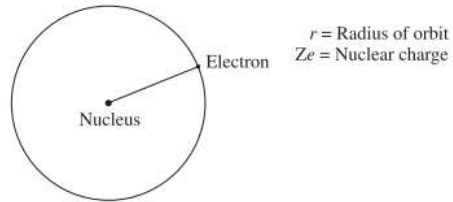
(1.3) نموذج رذرفورد الذري Rutherford Atomic Model

اعتمادا على نتائج تجربة تشتت جسيمات ألفا، اقترح رذرفورد نموذج آخر، الذي يعتبر ان كل الشحنات الموجبة في الذرة تموضع في منطقة صغيرة تعرف بالنواة *nucleus* وان معظم كتلة الذرة تعزى الى هذه النواة. ولتفسير ثبات هذه الذرة، اي عدم سقوط الإلكترونات باتجاه النواة بفعل قوة الجذب الكهروستاتيكي (قوة كولوم)، افترض رذرفورد ان هذه الإلكترونات تدور حول النواة في مدارات دائرية كما في حالة النظام الشمسي، وتكون قوة الطرد المركزية *centripetal force* اللازمة للحركة الدائرية ناتجة عن قوة الجذب الكهربائية بين النواة والإلكترونات. عرف هذا النموذج باسم النموذج الذري الكوكبي *planetary atomic model*.

لنعتبر ديناميكية ابيض الذرات، ذرة الهيدروجين، التي تتكون من الكترون واحد يدور حول النواة (بروتون واحد). وفقا لقوانين الميكانيكا الكلاسيكية، تكون معادلة الحركة لهذا الإلكترون (شكل 1.3.1) كما يلي

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = \frac{mv^2}{r} \quad \dots(1.3.1)$$

حيث r نصف قطر المدار، Ze تمثل شحنة النواة *nucleus charge* وهي تساوي e في حالة ذرة الهيدروجين.



شكل (1.3.1) نموذج رذرفورد لذرة الهيدروجين.

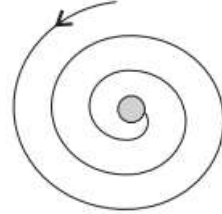
من هذه المعادلة (1.3.1)، نجد ان طاقة الإلكترون الحركية تساوي

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad \dots(1.3.2)$$

وعليه، تكون الطاقة الكلية E لهذا الإلكترون المتحرك في مدار دائري حول النواة مساوية لمجموع طاقة الحركة وطاقة الوضع الكهربائية، او

$$E = K + U = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} + \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad \dots(1.3.3)$$

فيزيائيا، تعني الإشارة السالبة لطاقة الإلكترون الكلية ان هذا الإلكترون يكون مقيدا *bound* حول النواة. نلاحظ ان حركة الإلكترون في مجال قوة النواة تكون محكومة بقانونين معروفين في الفيزياء الكلاسيكية: قانون نيوتن وقانون كولوم. كما يتحرك الإلكترون في المسار الدائري بحركة متسارعة. وفقا لنظريات الديناميكا الكهربائية الكلاسيكية يجب ان تشع الشحنات المتسارعة طاقة بصورة امواج كهرومغناطيسية. وعليه، يفقد هذا الإلكترون طاقة من خلال انبعاث الإشعاع. وتصبح طاقة الإلكترون أكثر فأكثر سالبة، ويترتب على ذلك نقصان نصف قطر مدار الإلكترون (شكل 1.3.2) تدريجيا اثناء الدوران.



شكل (1.3.2) مسار الإلكترون الحلزوني حول النواة.

إذا استمرت هذه العملية فإن ذلك يؤدي الى سقوط الإلكترون على النواة في النهاية. كلاسيكيا، اذى هذا التنبؤ الى التناقض مع حقيقة استقرار (ثبات) ذرة الهيدروجين. مزيدا، تنبأت هذه النظريات بأن الطاقة تشع بشكل متصل (مستمر) وبذلك يكون طيف الإشعاع المنبعث طيفا متصلا *continuous*. وهذا مرة اخرى يتعارض مع الملاحظات العملية. وهذه النتائج ادت الى ان يعتبر الفيزيائيون ان قوانين الفيزياء الكلاسيكية تكون صحيحة في العالم العياني *macroscopic world*، ولا تكون صالحة للتطبيق في العالم المجهرى *microscopic world*.

(1.4) الطيف الذري الخطي Atomic (Line) Spectrum

للحصول على طيف خطي للمادة، تكون هذه المادة في الحالة الغازية (ذرية) وان يتم استثارتها بطريقة التفريغ الكهربائي. وعندها تبعث هذه الذرات الضوء بأطوال موجية معينة. لمشاهدة الطيف يسمح للضوء المنبعث بالمرور خلال فتحة ضيقة ومستطيلة تسمى بالشق *slit* ومن ثم خلال اداة التفريق *dispersive device*، مثل المنشور او محزوز الحيود *diffraction grating*. ويستقبل الشعاع الخارج بواسطة غشاء حساس للضوء *photographic film* او يلاحظ من خلال تلسكوب. تبدو الامواج المتنوعة في هذا الشعاع الخارج على صورة خطوط دقيقة ومحددة، التي هي تمثل صور الشق الضيق. ويقابل كل خط طول موجة محدد في الشعاع. وتألّف مجموعة الخطوط ما يعرف بالطيف الخطي او الطيف الذري. في عام 1823، تم اكتشاف هذا الطيف الخطي الذي يعتبر من الخواص المميزة للعنصر.

بمنتصف القرن التاسع عشر اثارَت دراسة الأطياف الذرية اهتمام العلماء لما فيها من تنوعات غامضة. وباستخدام وسائل تقنية مطورة واجهزة مطياف عالية في قدرتها التحليلية، تم الكشف عن التفاصيل الدقيقة لهذه الأطياف. كانت اول دراسة نظرية حقيقية للمجال الطيفي قد اجريت في عام 1855 بواسطة العالم السويسري جوهان بالمر *Johann Balmer*. حيث اكتشف قاعدة نظرية تعطي اطوال الأمواج في الخطوط الطيفية المتنوعة في القسم المرئي لطيف ذرة الهيدروجين. وعبر عن هذه العلاقة كما يلي

$$\lambda = b \frac{m^2}{m^2 - 4} = 3645.6 \times \frac{m^2}{m^2 - 4} \text{ \AA}$$

بالتعويض بقيم m ، حيث $m=3,4,5,6..$ ، نحصل على طول موجة الخط الأول، الثاني، الثالث، والرابع ابتداءً من نهاية الأحمر. في العادة، يرمز لهذه الخطوط بالعدد الموجي *wave number*، الذي هو مقلوب طول الموجة. بدلالة العدد الموجي يعبر عن علاقة بالمر بالصيغة التالية

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = 109678 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) \text{ cm}^{-1} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

حيث يعرف هذا بثابت رايدبيرغ *Rydberg*.

تألّف مجموعة الخطوط، التي لها عدد موجي عند قيم m من الأعداد الصحيحة الموجبة، ما يعرف بالسلسلة الطيفية *spectral series*. منذ عمل بالمر الريادي، اجريت عدة انجازات في مجال تحليل الأطياف الذرية، واكتشفت عدة سلاسل لطيف الهيدروجين، التي عرفت فيما بعد بأسماء مكتشفيها، فيما يلي نعرض هذه السلاسل.

• السلاسل الطيفية لذرة الهيدروجين

(i) سلسلة ليمن *Lyman series* : اكتشف ليمن خطوط هذه السلسلة في عام 1906 والتي تقع في المنطقة فوق البنفسجية وتعطى اطوال موجتها بالعلاقة التالية:

$$\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad m = 2, 3, 4, \dots$$

$$\bar{\nu}_{\infty} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = R$$

$$\lambda_1 = 1216 \text{ \AA}, \quad \lambda_{\infty} = 912 \text{ \AA}.$$

(ii) سلاسل بالمر *Balmer series*

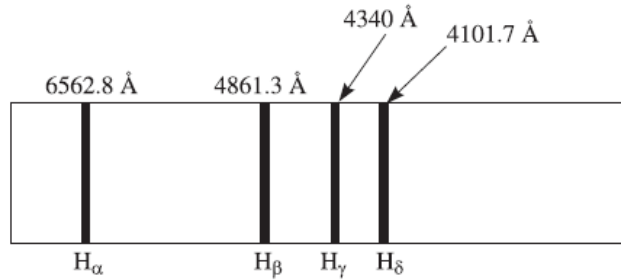
اكتشف بالمر خطوط هذه السلسلة في عام 1885 وتقع ضمن المنطقة المرئية من الطيف *visible* وتعطى اطوال موجاتها كالتالي

$$\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad m = 3, 4, 5, \dots$$

$$\bar{\nu}_{\infty} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{4}$$

$$\lambda_1 = 6563 \text{ \AA}, \quad \lambda_{\infty} = 3640 \text{ \AA}.$$

الشكل (1.4.1) يمثل أربعة خطوط من هذه السلسلة في طيف لذرة الهيدروجين.



شكل (1.4.1) خطوط بالمر في ذرة الهيدروجين.

(iii) سلسلة باسكن *Paschen series*: في عام 1908، اكتشف باسكن سلسلة خطوط طيفية عرفت باسمه وتقع في المنطقة تحت الحمراء *infrared region*. حيث تعطى اطوال امواجها وفقا للعلاقة التالية:

$$\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad m = 4, 5, 6, \dots$$

$$\bar{\nu}_{\infty} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{9}$$

$$\lambda_1 = 18760 \text{ \AA}, \lambda_{\infty} = 8210 \text{ \AA}.$$

(iv) سلسلة براكيت *Bracket series*

في عام 1922، اكتشف براكيت سلسلة خطوط في المنطقة تحت الحمراء، حيث اطوال امواجها تعطى بالعلاقة التالية

$$\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad m = 5, 6, \dots$$

$$\bar{\nu}_{\infty} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{16}$$

$$\lambda_1 = 40530 \text{ \AA}, \lambda_{\infty} = 14590 \text{ \AA}.$$

(v) سلسلة بفند *pfund series*، حيث تكون خطوط هذه السلسلة في المنطقة تحت الحمراء، وتعطى اطوال موجاتها بالعلاقة التالية

$$\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{m^2} \right); \quad m = 6, 7, \dots$$

$$\bar{\nu}_{\infty} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{R}{25}$$

$$\lambda_1 = 74620 \text{ \AA}, \lambda_{\infty} = 22800 \text{ \AA}.$$

كانت معضلة علماء الفيزياء في العقد الثاني من القرن العشرين هي إيجاد آلية لتفسير أصل هذه الخطوط الطيفية المنفصلة، إذ ان النموذج الذري المتوفر في هذا الوقت هو نموذج طومسون الذي كان يعتبر غير مقنع بالنسبة لمفاهيم للفيزياء الكلاسيكية، إذ كيف تتفق حقيقة وجود هذه الخطوط مع استقرار الذرة. وسط هذه الضبابية في أوساط الفيزياء ظهر العالم الدنماركي *Neil's Bohr* (1885م). حيث وضع نظرية عرفت باسمه في عام 1913م، كما سيرد في البند التالي واستحق بذلك جائزة نوبل عام 1922م.

Bohr Theory of Hydrogenic Atoms

(1.5) نظرية بور لذرات هيدروجينية

$$(H, He^+, Li^{++})$$

في عام 1913 م، اقترح بور نمودجا ذريا لتفسير الصفات الرئيسية لطيف ذرة الهيدروجين والذرات الشبيهة لها. ويرتكز هذا النموذج على الفرضيات التالية:

(1) يتحرك الإلكترون في ذرة الهيدروجين حول النواة في مسار دائري وفقا لقوانين نيوتن في الحركة، بمعنى ان القوة المركزية المطلوبة للحركة الدائرية تكون ناتجة من قوة التجاذب الكهربية بين النواة وهذا الإلكترون (قوة كولوم) (الشكل 1.1). لنفرض ان نصف قطر المدار، سرعة الإلكترون الزاوية، m كتلة الإلكترون، Z العدد الذري.

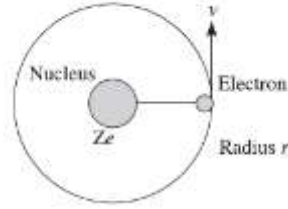
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = m\omega^2 r \quad \dots(1.5.1)$$

(2) خلافا للفيزياء الكلاسيكية التي تعتبر ان نصف قطر المدار الإلكتروني يمكن ان تكون له اي قيمة، افترض بور ان القيم المسموحة لهذا المدارات هي التي تجعل زخم الإلكترون الزاوي اعداد صحيحة من مضاعفات المقدار $\hbar = h/2\pi$ ، أي،

$$mr^2 \omega = n\hbar \quad \dots(1.5.2)$$

حيث n عدد صحيح، يسمى الرقم الكمي الرئيسي. $n=1, 2, 3$ وتمثل رقم مدارات الإلكترون.

(3) بما ان الإلكترون الدائر يمثل نظاما غير مستقر وفق لقوانين الديناميكا الكلاسيكية، افترض بور ان هذه القوانين لا تنطبق في حالة الظواهر الذرية. أي ان هذا الإلكترون الدائر في أي مدار مسموح له لا يشع طاقة. وتسمى هذه المدارات غير المشعة بالمدارات الساكنة. *stationary orbits*. مع ذلك، اثناء انتقال الإلكترون من مدار الى آخر اقل منه طاقة يكون هناك اشعاعا، بينما إذا انتقل الى مدار اعلى منه طاقة يكون هناك امتصاصا للطاقة. ولتوضيح ذلك، نفرض ان E_i, E_f تمثل طاقة المدار الابتدائية والطاقة النهائية للإلكترون اثناء عملية القفز (الانتقال)، فإن



شكل (1.5.1) ذرة الهيدروجين.

$$E_i - E_f = h\nu = \hbar\omega \quad \dots(1.5.3)$$

لحساب نصف قطر المدار، التردد المداري، طاقة الإلكترون، وتردد (طول موجة) الإشعاع اثناء عملية انتقال الإلكترون نتبع ما يلي

• نصف قطر المدار

بحذف ω من بين المعادلتين (1.5.1، 1.5.3)، وبحل الناتج بالنسبة للمتغير r نجد ان

$$r = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2 n^2}{me^2 Z} \quad \dots(1.5.4)$$

حيث ان في حالة ذرة الهيدروجين، يكون نصف قطر المدار الأول ($n = 1$)، وهذا يعرف بمدار بور ويرمز له بالرمز a_0 ويعطى بالمقدار التالي

$$r_1 = a_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} \quad \dots(1.5.5)$$

بالتعويض بقيم الثوابت في هذه المعادلة،

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, \quad m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, \quad \hbar = 1.054 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

نحصل على ما يلي

$$a_0 = 0.529 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.529 \text{ \AA}$$

وبدلالة نصف قطر بور، نجد ان نصف قطر المدار النوني يعطى كما يلي

$$r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \quad \dots(1.5.6)$$

• تردد الإلكترون الدوراني

بحذف r من المعادلتين (1.5.1، 1.5.2) نجد ان تردد الإلكترون الدوراني في المدار النوني يكون كما يلي

$$\omega_n = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4 Z^2}{\hbar^3 n^3} = \omega_0 \frac{Z^2}{n^3} \quad \dots(1.5.7)$$

حيث $\omega_n = 4.14 \times 10^{15} \text{ rad/sec}$

• سرعة الإلكترون الخطية

تعطى سرعة الإلكترون الخطية في المدار النوني كما يلي

$$v_n = \omega_n r_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2 Z}{\hbar n} = v_0 \frac{Z}{n} \quad \dots(1.5.8)$$

حيث،

$$v_0 = 2.19 \times 10^6 \text{ m/s.}$$

وتكون نسبة سرعة الإلكترون في المدار الأول الى سرعة الضوء c والتي تسمى ثابت البنية الدقيق *fine*

structure constant (α) ، كما يلي

$$\alpha = \frac{v_1}{c} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} \quad \dots(1.5.9)$$

• طاقة الإلكترون

تكون الطاقة الحركية للإلكترون كالتالي

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mr^2 \omega^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r} \quad \dots(1.5.10)$$

وتكون الطاقة الكامنة لهذا الإلكترون على النحو

$$E = K + U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r} \quad \dots(1.5.12)$$

وعليه، تكون طاقة الإلكترون الكلية:

$$E = K + U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{2r} \quad \dots(1.5.12)$$

بتعويض قيمة r من معادلة (1.5.4)، نحصل على

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2} = -(2.176 \times 10^{-18} \text{ J}) \frac{Z^2}{n^2} = -(13.6 \text{ eV}) \frac{Z^2}{n^2} \quad \dots(1.5.13)$$

بترتيب معادلة (1.5.13) على النحو

$$E_n = -\left[\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{4\pi c \hbar^3}\right] (2\pi\hbar c) \frac{Z^2}{n^2} = -(2\pi\hbar c R) \frac{Z^2}{n^2} = -hcR \frac{Z^2}{n^2} \quad \dots(1.5.14)$$

حيث،

$$R = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{4\pi c \hbar^3} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \text{ is Rydberg constant.}$$

من معادلات (1.5.12-1.5.10)، نجد ان

$$K = |E_n| \quad \text{and} \quad U = 2E_n$$

تعطي معادلة (1.5.13) مستويات الطاقة الممكنة لإلكترون ذرة الهيدروجين. يكون مستوى طاقة المدار الأول كما يلي

$$E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

تعني الطاقة السالبة ان هذا الإلكترون محصور مع النواة بمقدار هذه القيمة من الطاقة. أي، من اجل نزع الإلكترون من مجال قوة النواة يتطلب الحد الأدنى من الطاقة وقدره 13.6 إلكترون فولت ويسمى هذا المقدار **طاقة التأين الأولى** *first ionization energy* لذرة الهيدروجين .

• تردد الإشعاع المنبعث

يعطى تردد الإشعاع المنبعث عند انتقال الإلكترون من مدار رقمه الرئيسي n_i الى مدار آخر رقمه الرئيسي n_f بالعلاقة التالية

$$\hbar\omega = E_i - E_f = (2\pi\hbar cR)Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

حيث $\lambda = 2\pi c/\omega$ وعليه

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad \dots(1.5.15)$$

وهذه تعرف بمعادلة **بالمر**. ومن الجدير بالذكر ان ما يدعم صحة نظرية بور ان قيمة R المحسوبة من هذه المعادلة هي نفس القيمة التي تم الحصول عليها من القياسات المطيافية.

(1.6) أصل السلاسل الطيفية Origin of Spectral Series

من مواصفات نجاح أي نظرية في الفيزياء، هي اعطاؤها تفسيراً صحيحاً للمشاهدات التجريبية ومدى قدرتها على التنبؤ الذي من الممكن تأكيده مستقبلاً. في وقت عرض بور لنظريته لم يكن معروفاً الا سلسلة بالمر، غير ان السلاسل الأخرى اكتشفت فيما بعد تقديم بور لنظريته والتي توقعت وجود مثل هذه التسلسلات الطيفية. وفيما يلي عرض لأصل هذه السلاسل:

تتكون سلسلة ليمان نتيجة لقفز الإلكترون من مستويات الطاقة ذات الأرقام الرئيسية $n_i = 2, 3, 4, \dots$ الى مستوى الطاقة. وتكون اطوال موجاتها كالتالي

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = RZ^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad n_i = 2, 3, 4, \dots \text{ (ultraviolet).}$$

بينما تحدث سلسلة خطوط بالمر نتيجة لقفز الإلكترون من مستويات الطاقة ذات الأرقام الرئيسية: وتكون طول الموجة لها كما يلي

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = RZ^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad n_i = 3, 4, 5, \dots$$

في حين تحدث خطوط سلسلة باسكن الطيفية عند قفز الإلكترون من مستويات الطاقة:

$$n_i = 4, 5, 6, \dots \rightarrow n_f = 3$$

وتعطي طول موجاتها بالعلاقة:

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = RZ^2 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad n_i = 4, 5, 6, \dots \text{ (infrared)}$$

أما خطوط سلسلة براكنت والتي تكون أطوال موجاتها على النحو

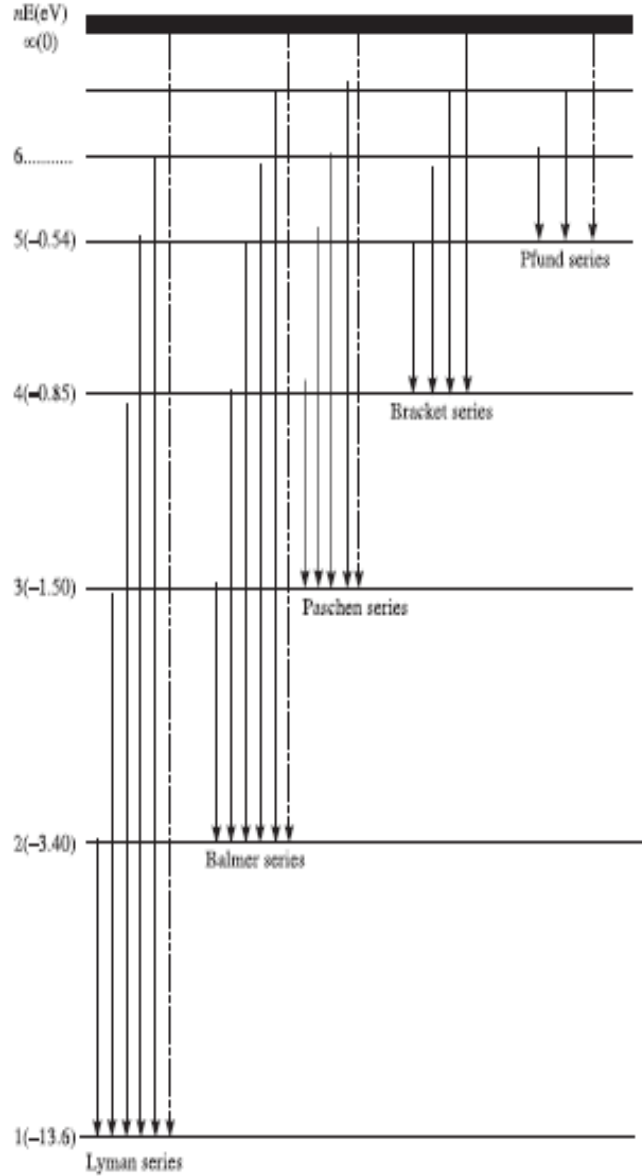
$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = RZ^2 \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad n_i = 5, 6, 7, \dots \text{ (far-infrared).}$$

كما أن طول موجات خطوط طيف سلسلة بوند هي:

$$\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = RZ^2 \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_i^2} \right); \quad n_i = 6, 7, 8, \dots \infty$$

• مخطط مستويات الطاقة

يمثل الشكل (1.6.1) مخطط مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين لقيم مختلفة من الأرقام الرئيسية الكمية n . يسمى مستوى الطاقة الذي رقمه الرئيسي $n=1$ الحالة الأرضية *ground state* وتكون طاقته .

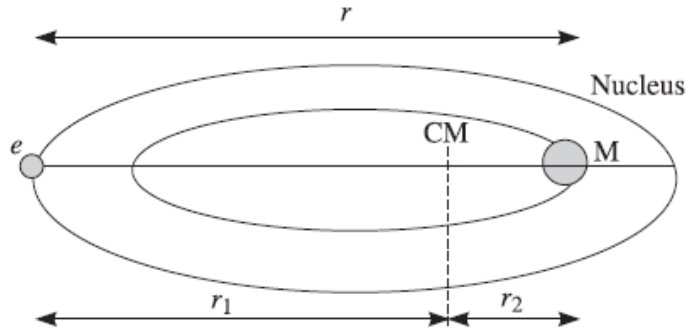


شكل(1.6.1) سلسلة أطيف ذرة الهيدروجين .

• انتقادات نظرية بور

بالرغم من نجاح نظرية بور في تفسير طيف ذرة الهيدروجين إلا انها لم تتلقى الترحيب الحار ، اذ انها لم تعط فكرة عن شدة خطوط الطيف ، وكذلك لم تتوافق مع كلا من النظريات الكلاسيكية ولا مع النظريات الكمية ، ويرى الكثير من الفيزيائيين انها تهجين يستند الى كلتا النظريتين: الكلاسيكية والكمية. ومهما يكن، فإن نظرية بور تعتبر خطوة انتقالية في مسار أدى الى خلق نظرية موافقة للظواهر الذرية وأدت الى انشاء بنية قوية للفيزياء الذرية والجزئية.

في نظرية بور افترض ان نواة الذرة ساكنة. ولكن في الحقيقة يمكن اعتبار ان حركة الإلكترون والنواة هي مسألة جسمين بينهما تفاعل متبادل. حيث ان في ذرة الهيدروجين يكون كلا من الإلكترون والنواة يدوران بسرعة زاوية، حول محور يمر بمركز كتلة المنظومة وعموديا على الخط الواصل بينهما. لنفرض ان r المسافة بين النواة والإلكترون، كل من الإلكترون والنواة عن مركز الكتلة على الترتيب (كما في الشكل (1.7.1)). ونفرض ان M كتلة النواة، m كتلة الإلكترون.



شكل (1.7.1) دوران الإلكترون والنواة حول مركز كتلة النظام

من قوانين العزم حول نقطة ما، نجد ان

$$Mr_1 = mr_2 \quad \text{and} \quad r_1 + r_2 = r$$

بحل هاتين العلاقتين، نحصل على التالي

$$r_1 = \frac{m}{m+M}r \quad \text{and} \quad r_2 = \frac{M}{m+M}r$$

من تعريف الزخم الزاوي للنظام، نجد ان

$$L = Mr_1^2\omega + mr_2^2\omega = \frac{mM}{m+M}r^2\omega = \mu r^2\omega$$

حيث μ تسمى الكتلة المختزلة للنواة والإلكترون وتعطى كما يلي

$$\mu = \frac{mM}{m+M} \text{ or } \frac{1}{\mu} = \frac{1}{M} + \frac{1}{m}.$$

تعني هذه النتيجة انه يمكن استبدال النظام بكتلة افتراضية μ تدور في مسار دائري نصف قطره r .

هكذا، يمكن اعتبار تأثير حركة النواة يكافئ استبدال كتلة الإلكترون m بالكتلة المختزلة . وفي بعض الحالات الخاصة:

عندما $m \rightarrow \infty$, $\mu \rightarrow m$. هكذا، ان افتراض ان النواة ساكنة يكافئ افتراض ان النواة لانهاية الثقل. أي

في حالة اعتبار حركة النواة تصبح القوانين السابقة (نصف قطر المدار النوني، التردد الزاوي، طاقة المستوى، وثابت رايدبيرغ) على النحو التالي

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{\mu e^2} \frac{n^2}{Z} = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{me^2} \left(\frac{m+M}{M}\right) \frac{n^2}{Z} = a_0 \left(\frac{m+M}{M}\right) \frac{n^2}{Z} \quad \dots(1.7.1)$$

$$\omega_n = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{\mu e^4 Z^2}{\hbar^3 n^3} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{\hbar^3} \left(\frac{M}{m+M}\right) \frac{Z^2}{n^3} \quad \dots(1.7.2)$$

$$E = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{2\hbar^2} \left(\frac{M}{m+M}\right) \frac{Z^2}{n^2} \quad \dots(1.7.3)$$

$$R = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{me^4}{4\pi c \hbar^3} \left(\frac{M}{m+M}\right) = R_\infty \left(\frac{M}{m+M}\right) = R_\infty \left(\frac{1}{1 + \frac{m}{M}}\right) \quad \dots(1.7.4)$$

حيث، ثابت رايدبيرغ للنويات لانهاية الكتلة. كما تصبح معادلة بالمر بالصورة التالية:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = R_\infty \left(\frac{M}{m+M}\right) Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \quad \dots(1.7.5)$$

• ذرة البزوترونيوم *atom of positron*

تتكون الذرة البزوترونية عند ارتباط الكترون مع بزوترون وتكون قصيرة الحياة، حيث يدور كلا من الجسيمان حول مركز الكتلة لهذه الذرة . وبما ان كتلة كل منهما متساوية فإن مركز كتلة الذرة يقع عند منتصف البعد بينهما، وعليه

$$\mu = m/2 \text{ and } (M + m)/ M = 2.$$

كما يكون نصف قطر المسار الدائري لكل منهما كالتالي

$$r_n = a_0 \left(\frac{M + m}{M} \right) = 2a_0 = 1.06 \text{ \AA}$$

كما يكون التردد المداري:

$$\omega_n = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4}{\hbar^2} \left(\frac{M}{m + M} \right):$$

$$= 2.07 \times 10^{15} \text{ rad/s}$$

اما طاقة الذرة هي:

$$E_n = - \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4}{2\hbar^2} \left(\frac{M}{M + m} \right) \frac{Z^2}{n^2} = -(13.6 \text{ eV}) \left(\frac{M}{m + M} \right) \frac{Z^2}{n^2}$$

$$= -6.79 \text{ eV}$$

يصبح ثابت رايدبيرغ كالتالي

$$R = R_\infty \left(\frac{M}{M + m} \right) = \frac{1}{2} R_\infty$$

وتكون طول موجة الخط الطيفي كالتالي

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2} R_{\infty} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

• ذرة الميون *atom of muon*

في هذه الذرة يدور الميون، الذي شحنته تساوي شحنة الإلكترون وكتلته تعادل 207 مرة كتلة الإلكترون، حول البروتون. وتكون الكتلة المختزلة كالتالي

$$\mu = \frac{m'M}{m' + M} = \frac{(207 m)(1836 m)}{207 m + 1836 m} = 186 m$$

يكون نصف قطر المدار:

$$r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2 n^2}{\mu e^2 Z} = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2 n^2}{m e^2 Z} \frac{1}{186} = \frac{a_0 n^2}{186 Z}$$

في حالة $n = 1, Z = 1$ ، نجد ان

$$r_1 = \frac{a_0}{186} = 2.84 \times 10^{-3} \text{ \AA}$$

والتردد المداري:

$$\begin{aligned} \omega_n &= \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\mu e^4 Z^2}{\hbar^3 n^3} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m e^4 Z^2}{\hbar^3 n^3} (186) \\ &= (4.14 \times 10^{15} \text{ rad/s})(186) \frac{Z^2}{n^3} \end{aligned}$$

في حالة $n = 1, Z = 1$ ، يكون التردد المداري :

$$\omega_1 = 7.70 \times 10^{17} \text{ rad/s}$$

طاقة الذرة :

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{\mu e^4 Z^2}{2\hbar^3 n^2} = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{m e^4 Z^2}{2\hbar^3 n^2} \quad (186)$$

حيث في حالة $n = 1, z = 1$ ، فإن

$$E_1 = -(13.6 \text{ eV}) (186) = -2530 \text{ eV}$$

كما يعطى ثابت رايد بيرغ كما يلي

$$R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mu e^4}{4\pi\hbar^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{m e^4}{4\pi\hbar^3} (186) = 186 R_\infty = 204.04 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

ويكون طول موجة الخط الطيفي:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

وعليه، يكون موجة الخط الطيفي الأول في سلسلة ليمان يساوي.

Determination of Electron-Proton mass ratio

(1.8) تعيين نسبة كتلة البروتون_الإلكترون

يكون ثابت رايدبيرغ لذرة الهيدروجين كما يلي

$$R_H = R_\infty \frac{1}{1 + (m/M_H)} \quad \dots(1.8.1)$$

بينما يكون هذا الثابت لذرة الهيليوم كالتالي

$$R_{He} = R_\infty \frac{1}{1 + (m/M_{He})} \quad \dots(1.8.2)$$

$$M_{He} = 4 M_H$$

حيث

من المعادلتين (1.8.1) - (1.8.2)، نحصل على

$$\frac{R_H}{R_{He}} = \frac{1 + (m/M_{He})}{1 + (m/M_H)} = \frac{1 + (m/4M_H)}{1 + (m/M_H)}$$

$$\frac{m}{M_H} = \frac{R_{He} - R_H}{R_H - (1/4)R_{He}} \quad \dots(1.8.3)$$

بالتعويض بدل قيم ثوابت رايد بيرغ لذرة الهيدروجين وذرة الهيليوم ، وهذه القيم هي

$$R_H = 1096758 \text{ m}^{-1} \text{ and } R_{He} = 10972226 \text{ m}^{-1}$$

، نجد ان نسبة كتلة الإلكترون الى كتلة الهيدروجين هي

$$m/M_H = 1/1848$$

وهذه القيمة تتفق مع النتائج التجريبية.

(1.9) اكتشاف الديتريوم

بما ان ثابت رايدبيرغ للذرة يعتمد كتلة النواة، لذلك تختلف قيمته بحسب النظائر المختلفة.مثلا ، تكون ثوابت رايدبيرغ

لذرة الهيدروجين العادي (H_1^1) وذرة الديتريوم (H_1^2) كما يلي

$$R_{H_1} = R_\infty \frac{1}{1 + m/M_{H_1}} \quad R_{H_2} = R_\infty \frac{1}{1 + m/M_{H_2}}$$

وتكون طولي موجتي الخط الطيفي الأول من سلسلة بالمر لهذين النظيرين هي

$$\frac{1}{\lambda_1(H_\alpha^1)} = R_{H_1} Z^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$\frac{1}{\lambda_1'(H_\alpha^2)} = R_{H_2} Z^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

بالتعويض بقيم ثوابت رايدبيرغ للنظائر R_{H_1} ، R_{H_2} ، نجد ان

$$\lambda_1(H_\alpha^1) = 6562.79\text{Å} \text{ and } \lambda_1(H_\alpha^2) = 6561.00\text{Å}.$$

أي ان التباعد بين الخطين الطيفيين في خطوط بالمر يعادل $1.79A^0$. باستخدام مطياف محزوز الحيود استطاع العالم ميرفي وفريقه قياس هذا التباعد واتفقت قياساتهم المخبرية مع الحسابات النظرية، وبالتالي تم اكتشاف نظير الهيدروجين (الديتيريوم).

(1.10) التهيج الذري Atomic Excitation

وفقا لنظرية بور، تكون مستويات الطاقة الذرية مكممه $quantized$. في الحالة الطبيعية، تكون الذرة في أدنى مستويات الطاقة (الحالة الأرضية)، إذا حصلت هذه الذرة من أي مصدر خارجي على كمية من الطاقة، فإن ذلك يرفع مستوى طاقة هذه الذرة الى إحدى حالات الاستثارة $excited states$ من إحدى الطرق في الفيزياء التي يمكن ان تعمل على استثارة حالة الذرات هي طريقة التصادم بينها وبين جسيمات ذات طاقة مناسبة. اذا كانت الطاقة الحركية للجسيم الصدام اقل من فرق الطاقة بين حالة الاستثارة الأولى والطاقة الحالة الأرضية، فإن التصادم يكون مرنا $elastic collision$ ويرتد الجسيم لأن كتلته اقل من كتلة الذرة. ولكن اذا كانت طاقة الجسيم الصدام اكبر، فإن من المحتمل ان تمتص الذرة بعض من طاقة الجسيم اثناء عملية التصادم وتنتقل من الحالة الأرضية الى حالة الاستثارة. في هذه الحالة تكون الطاقة الحركية غير محفوظة، ويسمى هذا التصادم بالتصادم غير المرن $inelastic collision$. وتعود هذه الذرة الى الحالة الأرضية في معدل زمني 10^{-8} من الثانية بإنبعاث منها فوتون او اكثر. عمليا، يمكن إدراك هذه العملية الذرية باستعمال أنبوب التفريغ المحتوي على غاز ذو ضغط منخفض. حيث تحت تأثير المجال الكهربائي الشديد، تتسارع الإلكترونات والأيونات وتكتسب طاقة كافية لإثارة الذرات التي تصطدم بها اثناء الحركة.

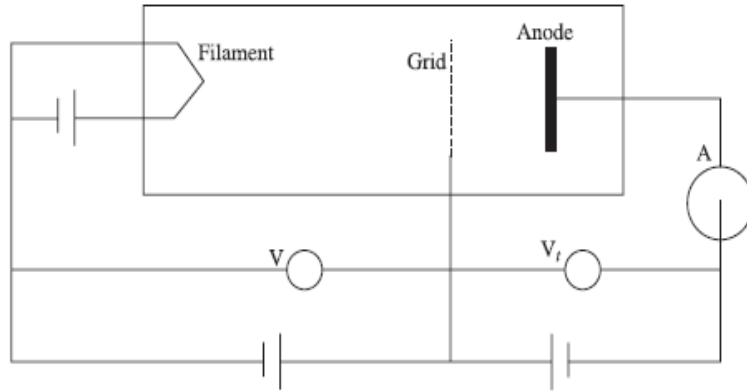
ومن الطرق الأخرى لتهيج الذرات وانتقالها من الحالة الأرضية الى حالة الاستثارة هي طريقة الامتصاص الفوتوني $photon absorbing$ وهنا يكون الشرط ان تكون طاقة الفوتون الممتص تساوي تماما فرق الطاقة بين الحالة الأرضية والمستوى المستثار. وفي هذه الحالة، ينتج طيف الامتصاص بسبب هذا النوع من الاستثارة.

عندما وضع بور نظريته، كان هناك العالمان، هيرتز و فرانك، يجريان التجارب على عملية الاستثارة الذرات. وفي عام 1914، حصلوا على النتائج التي أكدت بدليل قاطع على ان حالات الطاقة الذرية تكون مكممه $quantized$.

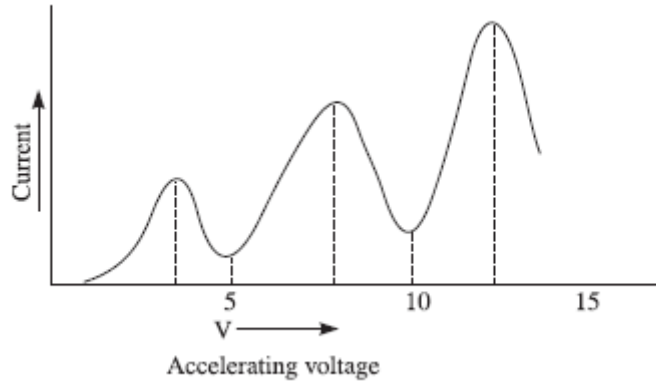
(1.11) تجربة فرانك – هيرتز

أعطت هذه التجربة دليلا قويا وقاطعا على ان حالات الطاقة الذرية تكون منفصلة (متقطعة). يتكون جهاز التجربة كما في الشكل (1.11.1) من انبوبة زجاجية ممتلئة ببخار الزئبق، فتيل كهربائي $filament$ ، صفيحة مصعد $anode$ ، وشبكة $grid$ بالقرب من المصعد. تنطلق الإلكترونات من الفتيل عند تسخينه، وهذه الإلكترونات تتسارع نحو المصعد، وعند مرورها خلال الشبكة يمنعها الجهد المعوق V_0 من الوصول الى المصعد، هكذا لا تصل الإلكترونات ذات الطاقة الحركية المنخفضة الى المصعد. والتجربة مزودة بجهاز لقياس شدة التيار $current$ (أميتر)

الذي يعطى فكرة عن الإلكترونات الواصلة الى المصعد. عند زيادة الجهد الكهربى المسارع، تزداد شدة التيار. لوحظ عند اجراء التجربة ان عند قيم خاصة من هذا الجهد الكهربى تنخفض شدة التيار فجأة ثم تزداد مرة أخرى مع زيادة هذا الجهد (كما في الشكل 1.11.2) كما لوحظ ان هبوط التيار يحدث في فترات متساوية من الجهد المسارع .accelerating voltage



شكل (1.11.1) مخطط تجربة فرانك - هيرتز



شكل (1.11.2) نتائج تجربة فرانك-هيرتز.

• تفسير النتائج الملاحظة في تجربة فرانك – هيرتز

عندما يزداد الجهد المسارع من الصفر، تزداد الطاقة الحركية للإلكترونات ولهذا تصل إلى المصعد أكثر فأكثر متغلبة على الجهد المعوق وكذا تزداد قيمة التيار. عندما تصبح قيمة الجهد المسارع 4.9 volts تكسب هذه الإلكترونات طاقة حركية مقدارها 4.9 eV عند وصولها للمصعد. ولكن أمام الشبكة تعاني من التصادم غير المرين مع ذرات الزئبق وتفقد معظم طاقتها الحركية ولا تقدر على الوصول إلى المصعد وهذا يفسر سبب هبوط التيار الكهربائي مع زيادة الجهد (كما في الشكل 1.11.2). خلال التصادم مع الإلكترونات ترتفع ذرات الزئبق إلى الحالة الاستثارة الأولى. عند زيادة الجهد المسارع إلى ما بعد 4.9 eV تكسب الإلكترونات مزيداً من الطاقة بعد أن عانت من هذا التصادم مما يمكنها من التغلب على الجهد المعوق وتصل إلى المصعد. هذا يفسر سبب الزيادة في قيمة التيار الكهربائي بعد الهبوط الأول. ومرة ثانية، عندما تملك هذه الإلكترونات طاقة بمقدار 9.8 eV فإنها تعاني من التصادم غير المرين مع ذرات الزئبق أثناء مسارها من المهبط نحو المصعد وعليه يهبط التيار مرة أخرى.

توضح هذه التجربة أن الطاقة اللازمة لرفع حالة ذرات الزئبق من الحالة الأرضية إلى الحالة الاستثارة الأولى تعادل 4.9 eV. أي أن الإلكترونات ذات الطاقة الأقل من هذه القيمة لا تستطيع استثارة ذرة الزئبق. لهذا، يمكن تواجد ذرات الزئبق فقط في الحالة الأرضية أو في الحالة الاستثارة الأولى ذات الطاقة 4.9 eV بالنسبة لطاقة المستوى الأرضي. عند عودة ذرة الزئبق إلى الحالة الأرضية المستقرة ينبعث من الذرات فوتون بطاقة تعادل هذه الطاقة المذكورة.

لاحظ هيرتز أن عند دراسته لطيف الامتصاص لذرات الزئبق أنه عندما يكون الجهد المسارع أقل من 4.9 volt لا يظهر أي خط طيفي ولكن يلاحظ خط الطيف بطول موجة 2536 \AA عندما يكون هذا الجهد يساوي 4.9 volt. كما تكون طاقة الفوتون كما يلي

$$E = \frac{ch}{\lambda} = \frac{12400 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{2536 \text{ \AA}} = 4.89 \text{ eV}$$

وهذا يتفق تماماً مع التجربة.

(1.12) مبدأ مقابلة بور Bohr Correspondence Principle

في عام 1923، أشار بور الى ان نظريات الكم ونظريات الكلاسيكية تعطي نفس النتائج في حالة الأرقام الكمية العالية. وهذا ما يعرف بمبدأ المقابلة. وفي بداية تطور نظريات الكم، لعب هذا المبدأ دورا هاما في التحقق من صحة هذه النظريات. لبرهان هذا المبدأ، نعتبر ذرة الهيدروجين كمثال.

وفقا لنظرية الإلكترونو ديناميكا الكلاسيكية: يشع الإلكترون عندما يدور في مدار دائري اشعاعا كهرومغناطيسي بتردد يساوي التردد المداري، ويعطى هذا التردد في حالة دوران الإلكترون في ذرة الهيدروجين كما يلي

$$\omega_n = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4 Z^2}{\hbar^3 n^3} = 4\pi cR \frac{Z^2}{n^3} \quad (\text{orbital}) \quad \dots(1.12.1)$$

كما ان تردد الإشعاع المنبعث عند انتقال هذا الإلكترون من المدار $(n+p)$ الى المدار n هو

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi c}{\lambda} = 2\pi cRZ^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+p)^2} \right) \\ &= 2\pi cRZ^2 \left(\frac{(n+p)^2 - n^2}{n^2(n+p)^2} \right) \\ &= 2\pi cRZ^2 \left(\frac{(2n+p)p}{n^2(n+p)^2} \right) \end{aligned}$$

إذا كان،

$p \ll n$ ، فإن نهاية المقدار السابق هي

$$\omega = 2\pi cRZ^2 \frac{2p}{n^3} \quad \dots(1.12.2)$$

عند $p=1$ ، ينطبق هذا التردد مع تردد الإلكترون المداري. هذا يشير الى: في حالة الأرقام الكمية الكبيرة ، تعطي النظريات الفيزيائية الكلاسيكية نتائج مماثلة لما تعطيه نظريات الكم .

(1.13) نظرية سمر فيلد لذرة الهيدروجين

تعتبر نظرية بور شكلا مبسطا وناجحا للتنبؤ بمواقع الخطوط الطيفية لذرة الهيدروجين. بينما تظهر أجهزة المطياف ذات قدرة التفريق العالية ان خطوط الطيف هذه ليست منفردة وانما مكونة من مجموعة من الخطوط المتقاربة. هذا يعني ان مستويات الطاقة المقابلة للأرقام الكمية الرئيسية تملك بنية (تركيب) دقيقة fine structure، او بعبارة أخرى تتألف مستويات الطاقة من عدد من المستويات القريبة من بعضها البعض. حيث وجد باستعمال مقياس تداخل مايكلسون ان الخطوط الطيفية: هي مزدوجة doublet بتفريق يساوي $0.14A^0$ للخط الأول و $0.48A^0$ للخط الثاني .

في محاولة لتفسير وجود البنية الدقيقة للطيف ، اقترح العالمان ويلسون و سمر فيلد قاعدة عامة للشروط الكمية ، عرفت هذه القاعدة باسميهما ، قاعدة ويلسون وسمر فيلد المكممة وهي كما يلي :

(1) شرط بلانك الكمي للمتذبذب التوافقي: تكون طاقة المتذبذب التوافقي مضاعفات صحيحة للمقدار $\hbar\omega$.

(2) شرط بور: يكون الزخم الزاوي للإلكترون الدائر في مدار دائري المضاعفات الصحيحة للمقدار \hbar . وهذه الشروط هي حالات خاصة للشروط الكمي العام .

في حالة متذبذب توافقي بزخم خطي p وموقع q ينص شرط ويلسون- سمر فيلد على التالي

$$\oint pdq = nh \quad \dots(1.13.1)$$

حيث جرى التكامل على دورة كاملة. والعدد n يسمى الرقم الكمي الرئيسي. وتكون طاقة المتذبذب التوافقي في بعد احادي :

$$E = K + U = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 q^2$$

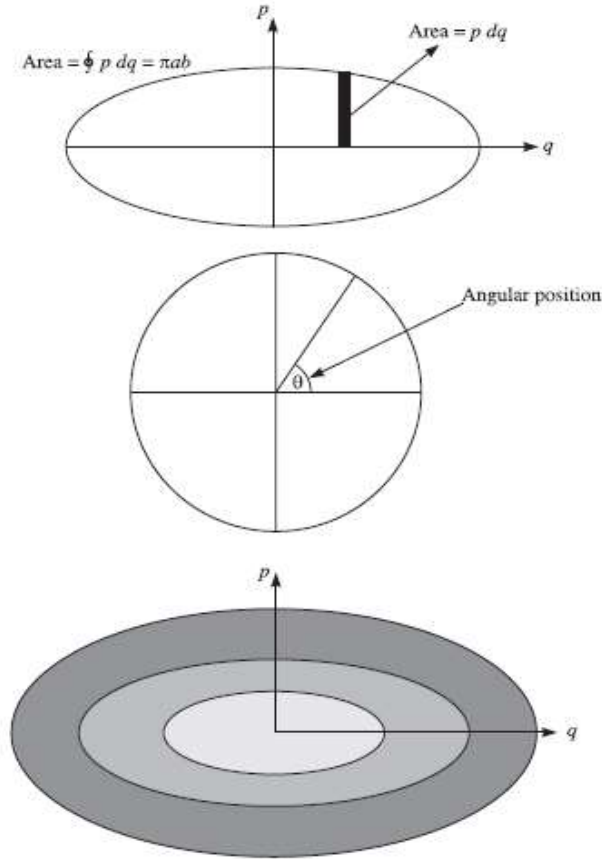
يمكن صياغة هذه المعادلة كالتالي

$$\frac{p^2}{2mE} + \frac{q^2}{2E/m\omega^2} = 1 \quad \dots(1.13.2)$$

عند رسم القيم اللحظية في المستوى (q-p) لدورة كاملة، نحصل على قطع بيضاوي بنصف محور رئيسي a ونصف محور ثانوي b، وتعطيان بدلالة الطاقة (معادلة 1.13.2) كما يلي

$$a = \sqrt{2E/m\omega^2} \quad , \quad b = \sqrt{2mE}$$

وتمثل كل نقطة على المنحنى البيضاوي بعض من حالة المتذبذب. ويسمى الفضاء ذو البعدين المشكل من الزخم الخطي والموقع **فضاء الطور** Phase space. وهذا يعني انه كلما انهى المتذبذب دورة كاملة، تتم النقطة الممثلة له قطع بيضاوي في فضاء الطور (الشكل 1.13.1).



شكل (1.13.1) فضاء الطور

في شرط ويلسون – سمر فيلد $\oint p dq = nh$ ، يعطي التكامل مساحة مسار الطور وتساوي πba . وعليه، تؤول معادلة (1.13.1) الى النحو التالي

$$\pi ab = nh$$

بالتعويض بقيم انصاف قطر المحاور، نحصل على

$$\pi \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}} \sqrt{2mE} = nh$$

$$E = n \frac{h}{2\pi} \omega = n\hbar\omega \quad \dots(1.13.3)$$

وهذا هو الشرط بلانك الكمي للمتذبذب التوافقي . أي ان حالات المتذبذب بطاقات

$$E = \hbar\omega, 2\hbar\omega, 3\hbar\omega, \dots$$

يمكن وصفها بسلسلة من المنحنيات البيضاوية بحيث تكون المساحة بين أي منحنيين متتاليين تساوي h (ثابت بلانك) . (

اما شرط ويلسون-سمرفيلد للإلكترون يدور في مسار دائري حول النواة فيمكن الحصول عليه باستبدال الزخم الخطي بالزخم الزاوي واحداثي الموقع ، ويكون كالتالي

$$\oint L d\theta = nh \quad \dots(1.13.4)$$

حيث ان الزخم الزاوي يبقى ثابت في حالة الحركة في المجال المركزي (قوة كولوم) ، لهذا

$$L \oint d\theta = nh$$

$$L \cdot 2\pi = nh$$

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad \dots(1.13.5)$$

وهذا شرط بور الكمي .

• نظرية سمرفيلد لذرة الهيدروجين

في 1916 ، عرض سمرفيلد نظرية تتعلق بذرة الهيدروجين افترض فيها ان هذا الإلكترون يدور حول النواة في مدار بيضاوي وتكون النواة عند احدى بؤرتيه . ولصف هذه الحركة استخدم نظام الإحداثي القطبي (r, θ) . وعليه ، يصبح شرط ويلسون – سمرفيلد الكمي على الصورة التالية:

$$\oint p_r dr = n_r h \quad \dots(1.13.6)$$

$$\oint p_\theta d\theta = n_\theta h \quad \dots(1.13.7)$$

حيث p_r, p_θ يمثلان الزخم الشعاعي والزخم الزاوي على الترتيب. بينما n_r, n_θ الرقم الكمي الشعاعي والرقم الكمي السمتي azimuthal quantum number.

وحيث في المجال المركزي، يكون الزخم الزاوي ثابتا وعليه تصبح المعادلة (1.13.7) كما يلي

$$p_\theta = n_\theta \frac{h}{2\pi} = n_\theta \hbar \quad \dots(1.13.8)$$

كما تكون طاقة الإلكترون الكلية:

$$\begin{aligned} E = K + U &= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \\ &= \frac{p_r^2}{2m} + \frac{p_\theta^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (\because p = m\dot{r}, p_\theta = mr^2\dot{\theta}) \end{aligned}$$

بحل هذه المعادلة بالنسبة ل p_r نحصل على التالي

$$p_r = \sqrt{2mE + \frac{2me^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{p_\theta^2}{r^2}} \quad \dots(1.13.9)$$

وبالتعويض في معادلة (1.13.7)، نحصل على

$$\oint \sqrt{2mE + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2me^4}{r} - \frac{n_\theta^2 \hbar^2}{r^2}} = n_r h$$

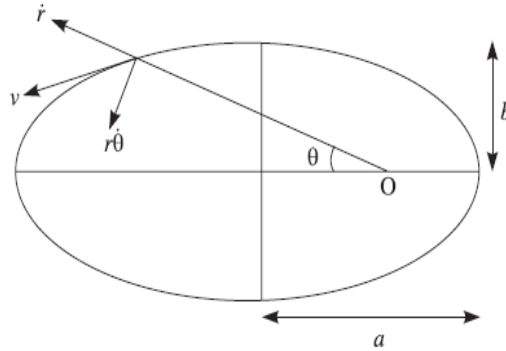
بتبسيط التكامل، نجد ان

$$E = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{(n_r + n_\theta)^2} = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

حيث $n = n_r + n_\theta$ وتسمى الرقم الكمي الرئيسي الكلي.

في الإحداثيات القطبية، معادلة القطع البيضاوي (الشكل 1.13.2) هي

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$$



شكل (1.13.2) مسار الإلكترون البيضاوي.

بإخذ لوغاريتم معادلة القطع البيضاوي ثم اشتقاق المعادلة بالنسبة للزاوية ، نحصل على التالي

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} = \frac{e \sin \theta}{1 + e \cos \theta} \quad \dots(1.13.10)$$

كذلك

$$p_r dr = m \frac{dr}{dt} dr = m \frac{dr}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{d\theta} d\theta = m \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \frac{d\theta}{dt} d\theta$$

$$= \left(\frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} \right)^2 p_\theta d\theta \quad \left(\because p_\theta = mr^2 \frac{d\theta}{dt} \right)$$

$$= \frac{e^2 \sin^2 \theta}{(1 + e \cos \theta)^2} p_\theta d\theta \quad \dots(1.13.11)$$

على ضوء معادلة (1.13.11) ، يصبح الشرط الكمي على النحو التالي

$$\oint p_r dr = p_\theta \oint \frac{e^2 \sin^2 \theta}{(1 + e \cos \theta)^2} d\theta = n_r h \quad \dots(1.13.12)$$

$$\oint p_r dr = 2\pi p_\theta \left(\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} \right) = n_r h \quad \dots(1.13.13)$$

حيث ان $p_\theta = n_\theta \hbar$ ، تصبح معادلة (1.13.13) على الصورة

$$1 - e^2 = \frac{n_\theta^2}{(n_r + n_\theta)^2} \quad \dots(1.13.14)$$

للقطع البيضاوي ، نعلم ان

$$1 - e^2 = \frac{b^2}{a^2} \quad \dots(1.13.15)$$

باستخدام معادلتني (1.13.14 ، 1.13.15) ، نحصل على

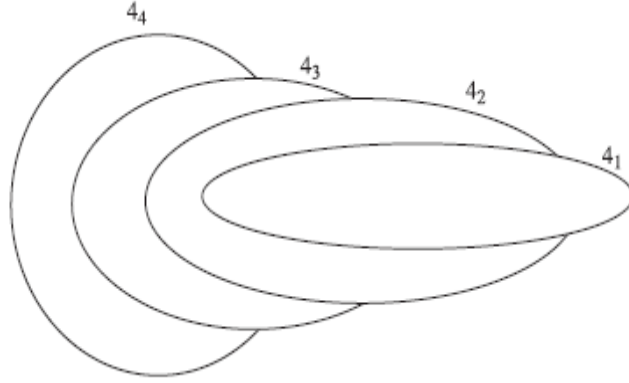
$$1 - e^2 = \frac{b^2}{a^2} = \frac{n_\theta^2}{(n_r + n_\theta)^2} = \frac{n_\theta^2}{n^2} \quad \dots(1.13.16)$$

بما ان n_r, n_θ تكون اعدادا صحيحة ، فإن العدد الكمي الكلي n يكون أيضا عدد صحيح . في القطع البيضاوي ، يكون $b < a$ ، وعليه يكون $n_\theta < n$. عندما $b=a$ ، يصبح القطع البيضاوي دائرة و $n_\theta = n$ وهذه القيمة العظمى للرقم الكمي السمتي . عند $b=0, n_\theta = 0$ و القطع البيضاوي يتحول الى خط مستقيم . فيزيائيا ، هذا يعني ان الإلكترون يتحرك في خط مستقيم يمر بالنواة وهذا غير ممكنا . لذلك لا يمكن ان يكون $n_\theta = 0$. لهذا ، تقع قيم n_θ المسموحة بها ما بين 1 و n وتتضمن هذه القيم . اذا كانت $n = 4$ ، نستطيع إفتراض قيم $n_\theta = 1, 2, 3, 4$

والرقم الكمي الشعاعي يمكن ان يتخذ القيم المقابلة التالية : $n_r = 3, 2, 1, 0$. وبالمقابل لهذه القيم الأربعة من قيم n_θ نحصل على اربع مدارات ذات اختلافات مركزية *eccentricities* متنوعة (لاحظ هذه القيم في الجدول المرفق ادناه).

n	n_θ	n_r	Orbit notation (n_{n_θ})
4	1,2,3,4	3,2,1,0	$4_1, 4_2, 4_3, 4_4$

كما ان الشكل (1.13.3) يوضح مدارات سمر فيلد البيضاوية.



شكل (1.13.3) مدارات سمر فيلد البيضاوية .

(1.14) نظرية سمر فيلد النسبية لذرة الهيدروجين

(1.14) Sommerfeld Relativistic Theory of Hydrogen Atom

اثناء دوران الإلكترون حول النواة في ذرة الهيدروجين في مدار بيضاوي تكون سرعته اكبر عند الإقتراب من النواة ، بينما تكون هذه السرعة اصغر عندما الإبتعاد نسبيا عن النواة . وحسب النظرية النسبية الخاصة ، فإن كتلة الجسم المتحرك تتغير مع سرعته . لذلك ، عند تطبيق هذه النتيجة على الأجسام المتحركة ، افترض سمر فيلد ان مستويات الطاقة (ما عدا الحالة الأرضية) تنقسم الى عدد من المكونات القريبة من بعض والمسماة بالتركيب الدقيق fine structure للطيف . كما يصبح مدار الإلكترون على صورة منحنيات معقدة (قطع بيضاوي مغزلي precessing ellipse) كما في حالة مدار كوكب المريخ حول الشمس .

وفقا لنظرية ويلسون- سمر فيلد فإن لكل درجة حرية لحركة الإلكترون تكون مكممة . وعليه ، نحصل على شرطين كميين :

$$\oint p_{\theta} d\theta = n_{\theta} h \quad \dots(1.14.1)$$

$$\oint p_r dr = n_r h \quad \dots(1.14.2)$$

حيث يؤول الشرط الأول الى

$$p_{\theta} = n_{\theta} \hbar \quad \dots(1.14.3)$$

كما تكون طاقة الإلكترون على النحو

$$E = K + U = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \dots(1.14.4)$$

باستخدام معادلتى (1.14.3، 1.14.4) ، نجد ان الطاقة الكلية للإلكترون كما يلي

$$E = -\frac{2\pi\hbar cR}{n^2} - \frac{me^4\alpha^2}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^4} \left(\frac{n}{n_\theta} - \frac{3}{4} \right) \quad \dots(1.14.5)$$

حيث

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$$

وهذا الثابت يعرف بثابت التركيب الدقيق.

يمكن فرز معادلة (1.14.5) الى معادلة ذات حدين وذلك لتسهيل التعامل معها . أي

$$E = -E_{0n} - E_c(n, n_\theta) \quad \dots(1.14.6)$$

حيث E_{0n} يمثل الحد الأول في معادلة (1.14.5) ويعبر عن طاقة الإلكترون الناتجة من نظرية بور . بينما E_c يعبر عن

التصحیح النسبي للطاقة والذي يعتمد على الأرقام الكمية الكلية والسمتية (n_θ, n) . حيث قيم n المسموحة هي

$1, 2, 3, \dots, n$ وقيم n_θ المسموحة هي $1, 2, 3, \dots, n$. وتكون معادلة (1.14.6) كافية لتفسير التركيب الدقيق لخط طيف

ذرة الهيدروجين H_α . ولتوضیح ذلك ، نتناول الشرح التالي

ينتج خط الطيف في ذرة الهيدروجين H_α بسبب انتقال الإلكترون من مستوى الطاقة $n=3$ الى مستوى الطاقة $n=2$.

تكون قيم الرقم الكمي السمتي في هذه الحالات كما يلي:

$$n = 3, n_\theta = 1, 2, 3.$$

$$n = 2, n_\theta = 1, 2.$$

وتكون مستويات الطاقة :

$$E_3 = - E_{03} - E_c(3, 1)$$

$$E_3 = - E_{03} - E_c(3, 2)$$

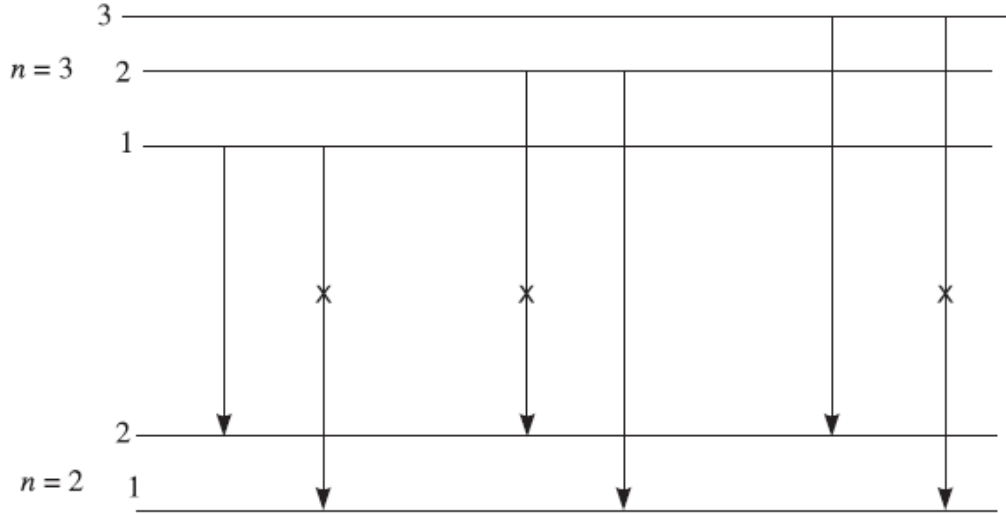
$$E_3 = - E_{03} - E_c(3, 3)$$

وكذلك ،

$$E_2 = - E_{02} - E_c (2, 1)$$

$$E_2 = - E_{02} - E_c (2, 2)$$

ويكون الانتقال بين المستويين الرئيسيين كما في الشكل (1.14.1) ، وعلامة X تشير الى الانتقال الممنوع .



شكل (1.14.1) التركيب الدقيق لخط الطيف H_α

يبين الشكل عدد القفزات الممكنة بين مستويات الطاقة . نلاحظ انه يوجد ست اقفزات ممكنة . عمليا وجد ان خط H_α هو خط مزدوج (ثنائي) *doublet* . لتفسير ذلك ، افترض قواعد انتقاء (اختيار) *selection rules* تخضع لها عملية انتقال الإلكترون بين مستويات الطاقة . وتنص هذه القواعد على ان هناك شروط معينة يجب تحقيقها وهي ان الرقم الكمي يتغير عند الأنتقالات المسموحة بها بمقدر كالتالي:

$$\Delta n_\theta = \pm 1$$

ولهذا ، تسمح قاعدة الانتقال (الاختيار) بثلاثة خطوط فقط . بينما تكون الخطوط الطيفية الناتجة من الإنتقالات:

$3_1 \rightarrow 2_2$ and $3_3 \rightarrow 2_2$ قريبة جدا من بعضها البعض لدرجة لا يمكن التفريق بينها في درجة الحرارة العادية. عمليا ، لوحظت الخاصية الثلاثية لخطوط طيف H_α في حالة الهيدروجين الثقيل عند درجة الحرارة المنخفضة .

وعليه ، فإن الاتفاق بين تنبؤ نظرية سمر فيلد النسبية والملاحظة العملية لخط طيف H_α يؤكد على صحة وصلاحيه النظرية النسبية الخاصة . وهذا يوضح ان سرعة الإلكترون تكون مقاربة الى سرعة الضوء مما يجعل للنسبية تأثير

واضح . حيث ان الإلكترونات التي لها نفس الرقم الكمي الرئيسي n وتختلف في الرقم الكمي السمتي تدور في مدارات بيضاوية باختلاف مركزي متغير ، فإن هذه الإلكترونات تملك سرعة اكبر حول النواة في حالة المدارات ذات الإختلاف المركزي الأكبر و عليه يكون لها كتل فعالة مختلفة ، ورقم سمتي مختلف ، وبالتالي يكون لهل طاقة كلية مختلفة .

أمثلة محلولة مثال(1)

احسب لذرة He^+ ما يلي: (i) مدار بور الأول (ii) سرعة دوران الإلكترون في هذا المدار . (iii) التردد المداري له في هذا المدار (iv) الطاقة الحركية وطاقة الربط للإلكترون في الحالة الأرضية . (v) جهد التأين وجهد التهيج (الإثارة) الأول. (vi) طول موجة خط الرنين المنبعث من الانتقال $n = 2 \rightarrow n = 1$.؟

الحل

(i) لذرة الهيليوم ، نصف قطر المدار الأول:

$$r_n = a_0 \frac{n^2}{Z} \quad (n=1)$$

$$r_1 = \frac{a_0}{2} = \frac{0.529 \text{ \AA}}{2} = 0.264 \text{ \AA}$$

(ii) سرعة الإلكترون:

$$v_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar} \frac{Z}{n} = (2.19 \times 10^6 \text{ m/s}) \frac{Z}{n}$$

$$v_1 = (2.19 \times 10^6 \text{ m/s}) \left(\frac{2}{1} \right) = 4.38 \times 10^6 \text{ m/s}$$

(iii) التردد المداري :

$$\omega_n = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{me^4 Z^2}{\hbar^3 n^3} = (4.14 \times 10^{15}) \frac{Z^2}{n^3}$$

$$\omega_1 = 16.56 \times 10^{15} \text{ rad/s}$$

(iv) الطاقة الحركية :

$$K_n = |E_n| = (13.6 \text{ eV}) \frac{Z^2}{n^2}$$

$$K_1 = 54.32 \text{ eV}$$

. طاقة الربط = 54.32 eV

(v) جهد التأين = 54.32 eV

اما طاقة الإثارة الأولى فهي الطاقة اللازمة لرفع الإلكترون من المدار الأرضي ($n=1$) الى الحالة الاستثارة الأولى ($n=2$) . او

$$\Delta E = E_2 - E_1 = (13.58 \text{ eV}) Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 40.74 \text{ eV} \quad (Z = 2)$$

(vi) طول موجة خط الرنين :

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\infty} Z^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = R_{\infty} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{4} R_{\infty} Z^2$$

$$\lambda = \frac{4}{3R_{\infty} Z^2} = \frac{4}{3 \times (1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}) \times 4} = 303.8 \text{ \AA}$$

مثال (2)

إذا كانت ذرة الهيدروجين المستقرة تبعث فوتون يقابل خط ليمان الأول. احسب (i) سرعة ارتداد الذرة . (ii) طاقة الذرة الحركية الإرتدادية . (iii) طاقة الفوتون المنبعث . ؟

الحل

عند انتقال الإلكترون من $n = 2 \rightarrow n = 1$ ، يتقاسم الإلكترون والذرة طاقة الانتقال . تعطى هذه الطاقة بالمعادلة:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 2\pi\hbar c R Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3}{2} \pi\hbar c R Z^2 \quad \dots(1)$$

يتطلب قانون حفظ الزخم ما يلي:

زخم الذرة = زخم الفوتون . أي

$$P = \hbar\omega/c$$

وتكون طاقة ارتداد النواة كما يلي

$$E = \frac{p^2}{2M} = \frac{(\hbar\omega)^2}{2Mc^2} \quad \dots(3)$$

كما تكون طاقة الانتقال تساوي مجموع طاقة الفوتون المنبعث وطاقة ارتداد النواة . أي ،

$$\Delta E = \hbar\omega + \frac{(\hbar\omega)^2}{2Mc^2} \quad \dots(4)$$

وعليه ،

$$\hbar\omega = \frac{2\Delta E}{1 + \sqrt{2\Delta E/Mc^2}} \quad \dots(5)$$

كما يكون لذرة الهيدروجين :

$$\Delta E/Mc^2 \ll 1$$

ومنها ،

$$\hbar\omega = \Delta E = \frac{3}{2} \pi\hbar c R Z^2 \quad \dots(6)$$

وتصبح سرعة ارتداد النواة كما يلي

$$v = \frac{p}{M} = \frac{\hbar\omega}{Mc} = \frac{3\pi\hbar R Z^2}{2M} = 3.26 \text{ m/s} \quad \dots(7)$$

(ii) طاقة ارتداد النواة :

$$E_r = \frac{p^2}{2M} = \frac{(\hbar\omega)^2}{2Mc^2} = \frac{9}{8} \frac{\pi^2 \hbar^2 R^2 Z^4}{M} = 5.5 \times 10^{-8} \text{ eV}$$

(iii) طاقة الفوتون المنبعث :

$$\begin{aligned} E &= \Delta E - E_r \quad (E_r \ll \Delta E) \\ &= \Delta E = 10.20 \text{ eV.} \end{aligned}$$

مثال (3) اذا كانت ذرة الهيليوم المستقرة تبعث فوتون مقابل خط ليمان الأول في السلسلة ، ويضرب هذا الفوتون ذرة هيدروجين مستقرة في الحالة الأرضية ليحرر منها الكترون . جد الطاقة الحركية لهذا الإلكترون الضوئي .؟

الحل

تكون طاقة الفوتون المنبعث كما يلي

$$\hbar\omega = \Delta E = E_2 - E_1 = \frac{3}{2}\pi\hbar c R Z^2 = 6\pi\hbar c R \quad (Z = 2)$$

طاقة تأين ذرة الهيدروجين :

$$\Delta E_0 = 2\pi\hbar c R$$

تظهر طاقة الفوتون الزائدة على شكل طاقة حركية للإلكترون الضوئي . تكون الطاقة الحركية لهذا الإلكترون الضوئي تساوي التالي:

$$K = \Delta E - \Delta E_0 = 6\pi\hbar c R - 2\pi\hbar c R = 4\pi\hbar c R = 27.2 \text{ eV.}$$

مثال (4) ما هو العنصر الذي له طيف شبيه بطيف الهيدروجين ولكن خطوطه الطيفية تكون موجاتها اقصر بأربع مرات لتلك الخطوط في ذرة الهيدروجين .؟

الحل

يكون مقلوب طول الموجة لخطوط الطيف المنبعث من الذرات المشابهة للهيدروجين متناسبا مع Z^2 . لنفرض ان λ_1 و λ_2 هما طول موجات ذرة الهيدروجين وموجة ذرة العنصر المجهول على الترتيب . لذا ، من العلاقة التناسبية في المثال ، نجد ان

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{Z_2^2}{Z_1^2}$$

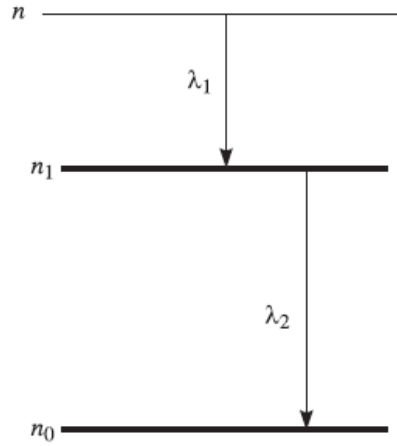
بالتعويض ، نحصل على $Z_2 = 2$ ، والعنصر هو الهيليوم .

مثال(5) جد الرقم الكمي n المقابل لحالة الهيليوم He^+ المستثارة اذا كان الانتقال منها الى الحالة الأرضية يبعث فوتونين بإطوال موجات تساوي 1.85 و 30.4 نانومتر (nm) .؟

الحل

لنفرض ان n_0, n_1 هما الرقمان الكميان للحالة الأرضية والحالة الوسيطة على الترتيب وان λ_1 و λ_2 هي اطوال الموجات عند الانتقال من $n_1 \rightarrow n_0$ ، $n \rightarrow n_1$ ،

$$\frac{1}{\lambda_1} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad \frac{1}{\lambda_2} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$



بإضافة المعادلتين ، نحصل على التالي

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n_0 = 1$$

بتعويض قيم الثوابت ، نجد ان

$$\lambda_1 = 108.5 \times 10^{-9} \text{ m}, \lambda_2 = 30.4 \times 10^{-9} \text{ m}, R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}, Z = 2, n_0 = 1$$

كما نجد ان : $n=5$.

مثال (6) احسب ثابت رايدبيرغ اذا كان ايون الهيليوم يملك فرق في طول الموجات بين خط بالمر الأول والخط الأول في سلسلة ليمان بمقدار :

$$\Delta\lambda = 133.7 \text{ nm}.$$

الحل

طول موجة الخط الأول في سلسلة بالمر يساوي

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{9}{5R}$$

وطول موجة الخط الأول في سلسلة ليمان يساوي

$$\frac{1}{\lambda'} = RZ^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda' = \frac{1}{3R}$$

لذلك ،

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = \frac{22}{15R}$$

$$R = \frac{22}{15\Delta\lambda} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = \frac{22}{15R}$$

$$R = \frac{22}{15\Delta\lambda} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

مثال(7) ما هو الأيون الشبيه بذرة الهيدروجين الذي له فرق في طول الموجة بين الخط الأول في سلسلة بالمر والخط الأول في سلسلة ليمان يساوي 59.3nm ؟.

الحل

$$\Delta\lambda = \frac{36}{5RZ^2} - \frac{4}{3RZ^2} = \frac{88}{15RZ^2}$$

$$Z = \sqrt{\frac{88}{15R\Delta\lambda}} = \sqrt{\frac{88}{15 \times 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \times 59.3 \times 10^{-9} \text{ m}}} = 3.$$

مثال(8) جد تباعد الخط الأول في سلسلة بالمر لطيف خليط من الهيدروجين العادي والترتيوم . حيث

$$R_{\infty} = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}.$$

الحل

للهدروجين العادي :

$$R_H = \frac{R_{\infty}}{1 + m/M}$$

في حالة التريتيوم :

$$R_T = \frac{R_\infty}{1 + m/3M}$$

لنفرض ان اطوال موجات الخطوط الأولى في سلسلة بالمر للنظيرين هي λ_1 و λ_2 . من المعادلات السابقة الخاصة بطول الموجات في سلسلة بالمر ، نجد ان

$$\frac{1}{\lambda_1} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{36} R_H \Rightarrow \lambda_1 = \frac{36}{5R_H}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R_T \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = \frac{5}{36} R_T \Rightarrow \lambda_2 = \frac{36}{5R_T}$$

وعليه ، يكون فرق طول الموجات يساوي

$$\begin{aligned} \Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 &= \frac{36}{5} \left(\frac{1}{R_H} - \frac{1}{R_T} \right) = \frac{36}{5R_\infty} \left[\left(1 + \frac{m}{M} \right) - \left(1 + \frac{m}{3M} \right) \right] \\ &= \frac{36}{5R_\infty} \frac{2}{3} \frac{m}{M} = \frac{36 \times 2}{5 \times 1.0973 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \times 3} \left(\frac{1}{1836} \right) = 2.4 \times 10^{-10} \text{ m} = 2.4 \text{ \AA}. \end{aligned}$$

تمارين

(1) احسب أطول وأقصر طول موجة في سلسلة ليمان وسلسلة بالمر في حالة

(i) ذرة الهيدروجين (ii) ذرة الهيليوم المتأينة احاديا.

(2) جد الطاقة الصغرى التي يجب ان يمتلكها الإلكترون حتى تظهر جميع خطوط الطيف لجميع سلاسل طيف الهيدروجين عندما تنهيج ذرة الهيدروجين بالتصادم مع هذه الإلكترونات؟

(3) جد عدد الدورات التي يعملها الإلكترون في الحالة $n=2$ لذرة الهيدروجين قبل ان يقفز الى $n=1$ ؟ مع العلم ان فترة حياة الذرة

$$\omega = (4.14 \times \frac{10^{15} \text{ rad}}{\text{s}}) (\frac{1}{8})$$

(4) احسب الكميات التالية لأيونات He^+ , Li^{++} :

(5) نصف قطر المدار الأول (ii) تردد الإلكترون الدوراني في مدار بور الأول (iii) سرعة الإلكترون في هذا المدار. (iv) طاقة

الحركة ، طاقة الوضع والطاقة الكلية. (v) طاقة التأين. (vi) احسب اول ثلاثة من جهود التهييج. (vii) اطوال أمواج خطوط الطيف عند انتقال الإلكترون من $n=3$ الى $n=2$

(6) احسب لذرة البزوترونيوم ما يلي:

(i) نصف قطر مدار بور الأول (ii) طاقة الحالة الأرضية (iii) ثابت رايبيرغ. (iv) طول موجة الخط الأول في سلسلة ليمان وبالمر.

(7) احسب لذرة الهيدروجين الخفيفة والثقيلة الفرق بين (i) طاقتي الربط للإلكترون لكل منهما في الحالة الأرضية؟

(ii) اطوال موجات الخطوط الأولى في سلسلة ليمان

الفصل الثاني: التركيب الدقيق لخطوط الطيف

Fine Structure of Spectral Lines

نتناول في هذا الفصل فكرة غزل الإلكترونات حول محورها وما يترتب على ذلك من الزخم الزاوية الذاتية. كما ندرس مفهوم الأرقام الكمية وحالة الإلكترون في الذرة. و نتناول مفهوم العزم المغناطيسي للذرات ذات الكترون تكافؤ وحيد. نستعرض مفاهيم الاقتران بين الزخم المدارية والغزلية لذرات الهيليوم وعناصر الأتربة القلوية.

(2.1) غزل (لف) الإلكترون Electron Spin

في محاولة لتفسير ازدواجية خطوط الطيف المنبعثة من الذرات القلوية وشذوذ ظاهرة زيمان، افترض العالمان الألمانيان (صموئيل جود سمث و جورج الينبيك Samuel Goudsmit & George Uhlenbeck) في عام 1925 ان الإلكترون ربما يدور حول محوره. وسميت هذه الحركة باللف (الغزل) $spin$. ويسمى الزخم الزاوي المصاحب لهذه الحركة بالزخم الزاوي الغزلي الذاتي. $intrinsic spin angular momentum$ في الصورة الكلاسيكية يعتبر الإلكترون ككرة مشحونة، التي تدور حول محورها كما تدور الأرض حول نفسها وجاء هذا الفرض قبل اكتشاف معادلة شرودنجر وبدون أي سند نظري، وانما افترض لتفسير ملاحظات عملية. في عام 1928، بين العالم الإنجليزي ديراك ان هذا الزخم الزاوي الغزلي الذاتي يظهر في معادلة شرودنجر بطريقة طبيعية وبهذا حصلت فكرة دوران الإلكترون حول نفسه على قاعدة نظرية. بينما في الصورة الكمية يعتبر اللف كخاصية ذاتية تميز الألكترونات مثل كتلتها وشحنتها.

(2.2) الأرقام الكمية وحالة الإلكترون في الذرة

Quantum Numbers and the State of an Electron in an Atom

عندما تطبق معادلة شرودنجر على حركة الإلكترون في الذرة، نجد ان الحالة الكمية او دالة الموجة لهذا الإلكترون تتميز بأربعة أرقام، تسمى بالأرقام الكمية. وهي كما يلي

الرقم الكمي الرئيسي n ، الرقم الكمي المداري، الرقم الكمي المغناطيسي، الرقم الكمي المغزلي.

كما ان حل معادلة شرودنجر يعطي دالة الموجة التي تبين كل المعلومات عن هذا الإلكترون في الذرة، من خصائص هذه الأرقام الكمية ما يلي:

- **الرقم الكمي الرئيسي (n):** يحدد هذا الرقم طاقة الإلكترون الكلية في الذرة ومعدل بعده عن النواة. كما يتخذ القيم: 1,2,3

مع ازدياد قيمة هذا الرقم تزداد طاقة الإلكترون.

- **الرقم الكمي المداري (l):** يحدد هذا الرقم الزخم الزاوي المداري للإلكترون في الذرة. حيث تعطى قيمة هذا الزخم بالعلاقة:

$$|l| = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad \dots(2.2.1)$$

حيث لقيمة معينة للرقم الكمي n ، يتخذ الرقم الكمي المداري القيم: $0, 1, 2, \dots, (n-1)$. كما يعطي هذا الرقم شكل منحنى التوزيع الاحتمالي probability distribution curve. كما يرمز للإلكترونات التي لها

$l = 0, 1, 2, 3 \dots$ بالحروف s, p, d, f, \dots .

- **الرقم الكمي المغناطيسي m_l :** حيث ان متجه الزخم الزاوي l لا يتخذ كل الترتيبات في الفضاء وانما يكون هناك اتجاهات معينة يسمح بها. ويسمى هذا المظهر للمتجه l **بالفضاء المكمم**. ويكون الترتيب المسموح به لهذا المتجه هو الذي يعطي مركبة l (لفرض محور z -) لها مقدار كالتالي

$$|l_z| = m_l \hbar \quad \dots(2.2.2)$$

حيث m_l تعرف بالرقم الكمي المغناطيسي magnetic quantum number. وتكون قيمة هذا الرقم لقيمة معطاة من l هي القيم الصحيحة المتراوحة بين $l \rightarrow -l$

فيزيائياً، يعنى هذا ان متجه الزخم الزاوي المداري يرسم مخروطاً في الفضاء حول محور z -، ومسقط هذا المتجه على هذا المحور هو القيم المتوسطة لمركبات المتجه في اتجاهي محوري x -، y - تساوي صفراً.

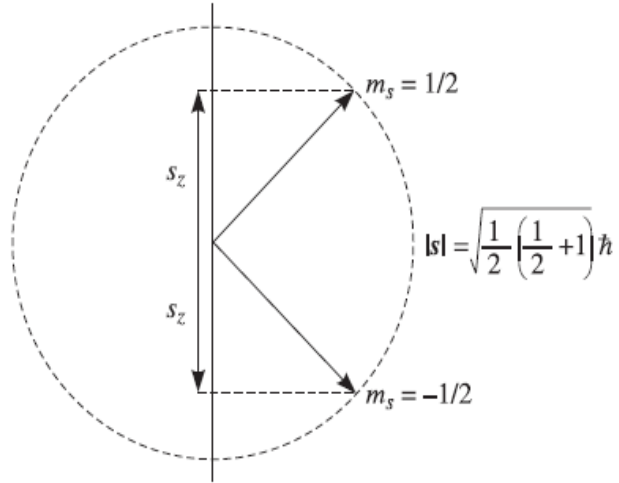
- **الرقم الكمي المغزلي (m_s):** بينت نظريات الميكانيكا الكمية ان الإلكترون يمتلك زخم زاوي مغزلي ذاتي مقداره

$$|s| = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad \dots(2.2.3)$$

حيث s يسمى بالرقم الكمي المغزلي، حيث افترض ان له قيمة واحدة هي $1/2$. بينما يكون للمتجه s اتجاهين فقط. ويكون مسقط هذا المتجه حول محور z - (مثلاً) كما يلي

$$|s_z| = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar \quad \dots(2.2.4)$$

حيث $m_s = \pm 1/2$ ، ويعرف هذا المقدار بالرقم الكمي المغزلي المغناطيسي (كما في الشكل 2.2.1).



شكل (2.2.1) القيم المسموحة لمسقط الرقم الكمي المغزلي .

هكذا ، توصف حالة الإلكترون في الذرة بأربعة ارقام كمية هي n, l, m_l, m_s . الآن سنجد الحالات الكمية المقابلة لقيم متنوعة من الرقم الكمي الرئيسي n .

لنعتبر الرقم الكمي الرئيسي $n=1$ ، يكون : $l = 0, m_l = 0, m_s = \pm 1/2$. لذلك ، لهذا الرقم الكمي الرئيسي يوجد حالتان معرفتان كما يلي

$$n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = + \frac{1}{2}$$

$$n = 1, l = 0, m_l = 0, m_s = - \frac{1}{2}$$

وفقا لقاعدة باولي ، تشغل كل حالة بالإلكترون واحد . وتألف الحالة الكمية التي لها نفس الرقم الكمي الرئيسي n ما يسمى بالقشرة shell . وهذه القشور لها رموز على النحو التالي

n	1	2	3	4	5
Shell	K	L	M	N	O

هكذا ، تحوي القشرة K على حالتين كميتين والكرونيين .

كما تسمى الحالات الكمية التي لها نفس قيم l بالقشرة الفرعية $sub-shell$. وعليه، حالتان السابقتان التي لهما نفس قيمة $l(=0)$ تشكل قشرة فرعية. ويرمز للقشور الفرعية كما يلي

2	1	0	: (l) الرقم الكمي السمتي
			5 4 3
d	p	s	رمز القشرة الفرعية:
			h g f

يكون للقشرة K فقط قشرة فرعية هي s.

كذلك ، للرقم $n = 2$ ، $l = 0, 1$. (كما في الجدول ادناه) ، تكون القيم المسموحة لهذه الأرقام الكمية على النحو

n	l	m_l	m_s	Quantum states
2	0	0	+ 1/2	(2, 0, 0, 1/2)
			- 1/2	(2, 0, 0, - 1/2)
2	1	-1	+ 1/2	(2, 1, -1, 1/2)
			- 1/2	(2, 1, -1, - 1/2)
			0	(2, 1, 0, 1/2)
		1	- 1/2	(2, 1, 0, - 1/2)
			1/2	(2, 1, 1, 1/2)
			- 1/2	(2, 1, 1, - 1/2)

الجدول يبين الحالات الكمية للقشرة L

نلاحظ ان القشرة L ($n=2$) تحتوي على s قشرة فرعية واحدة و على ثلاث قشور فرعية p. أي في الجميع يوجد ثمان حالات كمية. ويسمى كل زوج من الحالات الكمية من القشرة الفرعية المختلفة في الأرقام الكمية الغزلية فقط بالمدارية orbital. أي ، القشرة الفرعية s تحتوي على مداري و القشرة الفرعية p تحوي على ثلاث مدارية ويرمز لها بالرموز : p_x, p_y, p_z .

اما في الحالات الكمية المقابلة للرقم الكمي الرئيسي $n = 3$ ، يمكن تلخيص هذه الحالات كما في الجدول التالي ادناه

n	l	m_l	m_s	Quantum states
3	0	0	+1/2	(3, 0, 0, 1/2)
			-1/2	(3, 0, 0, -1/2)
	1	-1	1/2	(3, 1, -1, 1/2)
			-1/2	(3, 1, -1, -1/2)
	0	1/2	(3, 1, 0, 1/2)	
		-1/2	(3, 1, 0, -1/2)	
	1	1/2	(3, 1, 1, 1/2)	
		-1/2	(3, 1, 1, -1/2)	
	2	-2	1/2	(3, 2, -2, 1/2)
			-1/2	(3, 2, -2, -1/2)
	-1	1/2	(3, 2, -1, 1/2)	
		-1/2	(3, 2, -1, -1/2)	
	0	1/2	(3, 2, 0, 1/2)	
		-1/2	(3, 2, 0, -1/2)	
	1	1/2	(3, 2, 1, 1/2)	
		-1/2	(3, 2, 1, -1/2)	
	2	1/2	(3, 2, 2, 1/2)	
		-1/2	(3, 2, 2, -1/2)	

الحالات الكمية للقشرة M (n=3) للرقم الكمي .

كما يمكن إيجاد عدد الإلكترونات في قشرة ما بالعلاقة التالية:

$$\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2[1+3+5+\dots+(2n-1)]$$

$$= 2 \left[\frac{n}{2}(1+(2n-1)) \right] = 2n^2$$

يمكن اشتقاق هذه المعادلة بسهولة، حيث لكل n ، تتخذ l القيم : $0 \rightarrow l-1$ ، ولكل قيمة من هذه القيم يوجد

$(2l+1)$ قيمة للرقم m_l ، ولكل قيمة من m_l يوجد قيمتان للرقم المغزلي m_s هما : $\{ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \}$.

(2.3) التكوين الإلكتروني في الذرات Electronic configuration in Atoms

تتحكم في توزيع الإلكترونات في الذرات القواعد التالية:

- قاعدة اوف باو Aufbau principle

وفقا لهذه القاعدة ان اول الكترون في الذرة يقوم بإشغال الحالة الكمية ذات الطاقة المنخفضة المتاحة ثم يقوم الإلكترون الثاني بإشغال الحالة الكمية التالية الأعلى في الطاقة. كما يكون تتابع مستويات الطاقة بترتيب متزايد من الطاقة كما يلي:

$$1s < 2s < 2p < 3s < 3p < 4s < 3d < 4p < 5s < 4d < 5p < 6s < 4f < 5d.$$

- قاعدة باولي الاستثنائية : وضع العالم الألماني ، باولي ، هذه القاعدة لتوزيع الإلكترونات في الذرات المعقدة ، وتنص على ما يلي:

لا يمكن لإلكترونان التواجد في مستويات الطاقة ان يكونا بنفس الحالة الكمية، أي ان يكون لهما نفس الأرقام الكمية الأربعة .

- قاعدة هاند Hund's rule : يحدث اشغال الإلكترون في مدارات القشر الفرعية وفقا لقاعدة هاند والتي تنص على الإلكترون يفضل اشغال المدارات المتفرقة لكي تكون لها غزل متوازي. وبعبارة أخرى، يحدث تزويج الإلكترونات في مدارات في أي قشرة فرعية متاحة عندما يكون فيها الكترون واحد. وفقا لهذه القاعدة يكون التوزيع الإلكتروني في ذرات الكربون، النيتروجين، والأكسجين كما يلي:

${}^6\text{C}$	↑↓	↑↓	↑	↑	
	1s	2s	2p _x	2p _y	2p _z
${}^7\text{N}$	↑↓	↑↓	↑	↑	↑
	1s	2s	2p _x	2p _y	2p _z
${}^8\text{O}$	↑↓	↑↓	↑↓	↑	↑
	1s	2s	2p _x	2p _y	2p _z

(2.4) عزم الذرة المغناطيسي Magnetic Moment of Atom

عندما يتحرك جسيم مشحون في مسار مغلق او يدور حول محوره ، فإنه يصاحب ذلك تولد تيار كهربى . يكون للفة التيار هذه يوجد عزم مغناطيسي magnetic moment . لذلك ، نتيجة لحركة الإلكترونات في الذرة ، الحركة الدورانية والحركة الغزلية ، تتولد العزوم الزاوية في هذه الذرات angular momenta .

لنفرض ان الكترون يتحرك بسرعة خطية v في مدار دائري نصف قطره r ، تكون شدة التيار المصاحب لهذه الحركة المدارية كما يلي

$$I = -\frac{ev}{2\pi r} \quad \dots(2.4.1)$$

كما يكون العزم المغناطيسي المصاحب للحركة المدارية كما يلي

$$|\vec{\mu}| = IA = -\left(\frac{ev}{2\pi r}\right)(\pi r^2) = -\left(\frac{e}{2m}\right)(mvr) = -\left(\frac{e}{2m}\right)|\mathbf{L}| \quad \dots(2.4.2)$$

$$\text{حيث } |\mathbf{L}| = mvr$$

وتسمى عزم الإلكترون الزاوي المداري orbital angular momentum . والإشارة السالبة تعني ان اتجاه الزخم الزاوي يعاكس اتجاه العزم المغناطيسي . كما تكون النسبة بين العزم المغناطيسي الى الزخم الزاوي كما يلي

$$\frac{\mu}{|\mathbf{L}|} = \frac{e}{2m}$$

وعليه، يمكن التعبير عن العزم المغناطيسي المصاحب لحركة الإلكترون المدارية كما يلي

$$|\vec{\mu}_L| = -\frac{e\hbar}{2m} \frac{|\mathbf{L}|}{\hbar} = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} = -g_l \mu_B \sqrt{l(l+1)} \quad \dots(2.4.3)$$

حيث $g_l = 1$ تسمى معامل -g المداري . كما ان

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} = 5.79 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$

وهذا المقدار يسمى بور ماجنتون Bohr Magneton . كما في المقابل يكون العزم المغناطيسي المصاحب للحركة الغزلية والذي يتعلق بالزخم الزاوي المغزلي الذاتي على الصورة الرياضية التالية:

$$|\mu| = -\frac{e}{m} |\mathbf{s}| = 2 \left[\frac{e\hbar}{2m} \right] \frac{|\mathbf{s}|}{\hbar} = -g_s \mu_B \sqrt{s(s+1)} \dots \dots \dots (2.4.3)$$

حيث $g_s = 2$ وتسمى بمعامل g- الغزلي .

(2.5) نظرية لارمور Larmor Theorem

لنفرض ان الككترونا يتحرك في مسار دائري. تكون العلاقة بين الزخم الزاوي المداري l والعزم المغناطيسي المقابل كما يلي

$$\mu = - \left(\frac{e}{2m} \right) l \dots \dots \dots (2.5.1)$$

عند تسليط مجال مغناطيسي \mathbf{B} على هذا الإلكترون، فإن هذا المجال يؤثر عليه بعزم ازدواج Torque يساوي

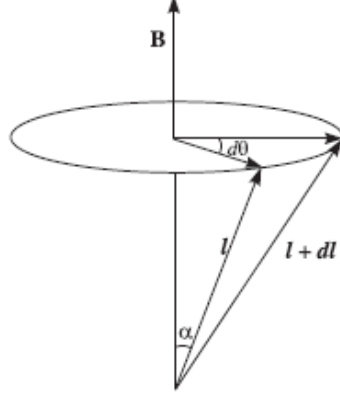
$$\tau = \mu B \sin \alpha$$

حيث α الزاوية بين l و اتجاه المجال المغناطيسي \mathbf{B} . وهذا الازدواج يجعل المتجه l والمتجه μ يغزلان حول اتجاه المجال المغناطيسي \mathbf{B} بسرعة غزل زاوية تسمى تردد لارمور *Larmor frequency* ويرمز لها بالرمز ω_l . لإيجاد هذا التردد نتبع التالي

نفرض ان عزم الازدواج يسبب تغيرا في الزخم الزاوي l قدره dl في زمن dt . من قوانين الحركة الدائرية، نحصل على

$$dl = \tau dt \dots \dots \dots (2.5.2)$$

اعتمادا على الشكل (2.5.1)، يكون مقدار التغير في الزخم الزاوي كالتالي:



شكل (2.5.1) لف المتجه l حول المتجه B .

$$dl = l \sin \alpha \, d\theta$$

$$\tau dt = l \sin \alpha \, d\theta$$

$$\mu B \sin \alpha \, dt = l \sin \alpha \, d\theta$$

وعليه،

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{eB}{2m}$$

$$\omega_l = \frac{eB}{2m}$$

...(2.5.3)

تعرف النتيجة في معادلة (2.5.3) بنظرية لارمور.

(2.6) العزم المغناطيسي و معامل g – للاندني لذرات أحادية التكافؤ

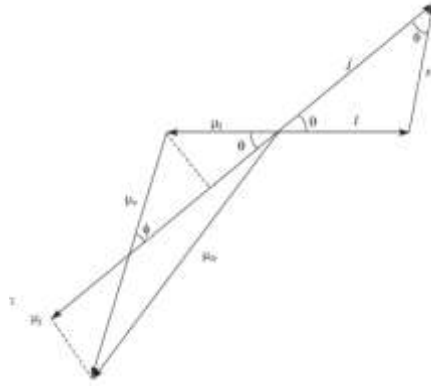
The magnetic moment and Lande g - factor for one Valence electron atom.

كما مر شرحه سابقا، تتوزع الإلكترونات في القشر الفرعية للذرات وفقا لقاعدة باولي وقاعدة هاند، ويوجد لكل الكتلون زخم زاوي مداري وزخم زاوي مغزلي. في القشور الفرعية المغلقة، يقترن كل الكتلون مع الكتلون آخر بزخم زاوية مدارية وغزلية بشكل معاكس لبعضها البعض. وعليه، تكون محصلة هذه الزخم في هذه القشور الفرعية المغلقة تساوي صفرا. ويبقى الكتلون التكافؤ الذي هو خارج هذه القشور المغلقة هو المسهم الوحيد للزخم الزاوي الكلي والعزم المغناطيسي للذرة. وتعزى الخواص الضوئية للذرات الى هذه الإلكترونات التكافؤية فقط. وتكون العزوم المغناطيسية المصاحبة لحركتي هذا الإلكترون (المدارية والغزلية) التكافؤي والمنفرد كالتالي:

$$\mu_l = - \left(\frac{e}{2m} \right) l \quad \dots(2.6.1)$$

$$\mu_s = - \left(\frac{e}{2m} \right) s \quad \dots(2.6.2)$$

الشكل (2.6.1) يوضح المخطط للعزوم المغناطيسية μ_l, μ_s والمتجهات l, s .



شكل (2.6.1) جمع متجهات l, s, m_l, m_s

نلاحظ من الشكل ان بسبب مغناطيسية اللف المزدوج double spin magnetism لا يكون متجه العزم المغناطيسي μ_{ls} على استقامة المتجه المحصل j . كما ينتج عن التفاعل المداري-المغزلي *spin-orbit interaction* في ربط المتجه l مع المتجه s لتكوين متجه محصل j . كما يقوم هذان المتجهان باللف حول هذا المتجه المحصل بتردد يساوي تردد لارمور. ونتيجة لهذا اللف تكون فقط مركبة μ_{ls} الموازية للمتجه j هي المساهمة لعزم الذرة المغناطيسي. اما محصلة المركبة المتعامدة تتعدل الى الصفر.

لهذا،

$$\begin{aligned}
\mu_y &= \mu_l \cos \theta + \mu_s \cos \varphi \\
&= \left(-\frac{e}{2m} \right) l \cos \theta + \left(-2\frac{e}{2m} \right) s \cos \varphi \\
&= -\left(\frac{e}{2m} \right) \left[\sqrt{l(l+1)} h \cos \theta + 2\sqrt{s(s+1)} h \cos \varphi \right] \quad \dots(2.6.3)
\end{aligned}$$

كما تكون جيوب التمام للزوايا θ ، φ بالصور التالية

$$\cos \theta = \frac{|j|^2 + |l|^2 - |s|^2}{2|j||l|} = \frac{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{j(j+1)}\sqrt{l(l+1)}} \quad \dots(2.6.4)$$

$$\cos \varphi = \frac{|j|^2 + |s|^2 - |l|^2}{2|j||s|} = \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2\sqrt{j(j+1)}\sqrt{s(s+1)}} \quad \dots(2.6.5)$$

بالتعويض في معادلة (2.6.3) بقيم جيوب تمام هذه الزوايا، نحصل على التالي

$$\begin{aligned}
\mu_j &= -\frac{eh}{2m} \left[\frac{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{j(j+1)}} + 2\frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2\sqrt{j(j+1)}} \right] \\
&= -\frac{eh}{2m} \left[\frac{3j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \right] \sqrt{j(j+1)} \\
&= -\frac{eh}{2m} \left[1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \right] \sqrt{j(j+1)} \\
&= -\frac{eh}{2m} g \sqrt{j(j+1)} \\
&= -\mu_B g \sqrt{j(j+1)} \quad \dots(2.6.6)
\end{aligned}$$

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad \dots(2.6.7)$$

ويكون العزم المغناطيسي لذرة ما كما يلي

$$\mu_J = -\frac{e}{2m} g |j| = -\frac{eh}{2m} g \sqrt{j(j+1)} = -\mu_B g \sqrt{j(j+1)} \quad \dots(2.6.8)$$

كما يكون مسقط μ_j في اتجاه محور z- كما يلي

$$(\mu_J)_z = -\frac{e}{2m} g |j_z| = -\frac{eh}{2m} g m_j = -\mu_B g m_j \quad \dots(2.6.9)$$

حيث $m_j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ، أي ان m_j تتخذ القيم الصحيحة ما بين القيم $-j, +j$ ، وتسمى الرقم الكمي المغناطيسي.

(2.7) نموذج متجه الذرة Vector Model of Atom

استطاعت نظرية ميكانيكا الكم إعطاء تفسيراً مرضياً لمعظم الظاهر الذرية ولكن تطبيق هذه النظرية لتفسير المظهر المحير للأطياف الذرية يقدم تعقيدات رياضية كبيرة. قبل مجيء ميكانيكا الكم، طور لاندني نموذج ذري، عرف بنموذج الاتجاهي vector model، لتفسير الملاحظات التجريبية وسلوك الذرات في المجال المغناطيسي. ويعتمد هذا النموذج على أفكار وقواعد قانونية، والتي لا تستند على تبريرات نظرية في ذلك الوقت. ولكن عند مجيء ميكانيكا الكم حصلت على قواعد نظرية. استطاع هذا النموذج تزويد الفيزياء بتفسيرات مرضية لكثير من مشاهد الأطياف الذرية بدقة مذهلة، وأيضاً قدم تنبؤات لعدة ظواهر والتي اكتشفت فيما بعد.

في هذا النموذج، يتم التعامل للعزوم الزاوية المدارية والغزلية على انها متجهات. وترتبط هذه العزوم تحت تأثير نوعان من التفاعلات لتكون عزوم زاوية محصلة في الذرة ككل. حيث ان هذه التفاعلات هي المسؤولة عن اقتران coupling هذه العزوم الزاوية ، لذلك يوجد نوعان من هذه الاقتران بين العزوم الزاوية . سنتناول انواع هذا الاقتران في البنود التالية:

(2.7.1) اقتران راسل - ساندرس أو اقتران (L- S)

عند معالجة التناظر المتبادل بين الإلكترونات بسبب الشحنات الكهربائية المتماثلة بنظريات ميكانيكا الكم تظهر نتائج غير متوقعة.

تحتوي طاقة النظام على حدين : الأول تفاعل كولوم الكلاسيكي والثاني يعرف تفاعل تبديلي exchange interaction ، حيث تلعب قوى التبديل هذه دوراً مهماً في النظرية الذرية. ومن تأثير هذه القوى الاقتران بين متجهات الغزل المتنوعة S_i معاً لتكون متجه محصل هو S ، وبالمثل تقترن العزوم الزاوية L_i معاً تحت تأثير القوى الكهروستاتيكية لتعطي متجه محصل L . وتعرف هذه الطريقة في اقتران العزوم المغناطيسي باسم اقتران رسل -

ساندرس أو اقتران $L-S$. أخيرا ، بفعل التفاعل المداري- المغزلي ، فإن الزخم الزاوي المداري المحصل L يقترن مع الزخم الزاوي المغزلي S ليكون زخم زاوي محصل J لكل الذرة بالكامل. ويمكن تلخيص اقتران $L-S$ كما يلي

(i) اقتران الزخم الزاوية المدارية

في الذرات الخفيفة المحتوية لعدد من الكترونات التكافؤ، يكون التفاعل الكهروستاتيكي بين هذه الإلكترونات كبير لدرجة تجعل الزخم الزاوية المدارية لهذه الإلكترونات تضاف الى بعضها وتشكل الزخم المحصل L . أو

$$l_1 + l_2 + l_3 + \dots = \sum l_i = L \quad \dots(2.7.1)$$

حيث l_i تعطى الزخم الزاوية المدارية لإلكترونات التكافؤ كما يلي

$$|l_1| = \sqrt{l_1(l_1+1)} \hbar, \quad |l_2| = \sqrt{l_2(l_2+1)} \hbar \text{ etc.}$$

ويعطى مقدار المتجه L المكمم كما يلي

$$|L| = \sqrt{L(L+1)} \hbar$$

حيث L الرقم الكمي المداري الكلي ويحدد كما يلي

$$L = l_1 \oplus l_2 \oplus l_3 \oplus \dots \quad \dots(2.7.2)$$

حيث l_1, l_2, l_3 تمثل الأرقام الكمية المدارية لإلكترونات التكافؤ و \oplus جمع المتجهات الكمية . على سبيل المثال ، لنفرض ان ذرة ما بها الكترونين تكافؤ في القشرة الفرعية p حيث $l_1 = 1, l_2 = 1$. اذا ،

$$L = l_1 \oplus l_2 = 1 \oplus 1 = 0, 1, 2$$

حيث تتخذ قيمة $(l_1 \oplus l_2)$ جميع القيم الصحيحة ما بين $|l_1 - l_2|$ الى $(l_1 + l_2)$.

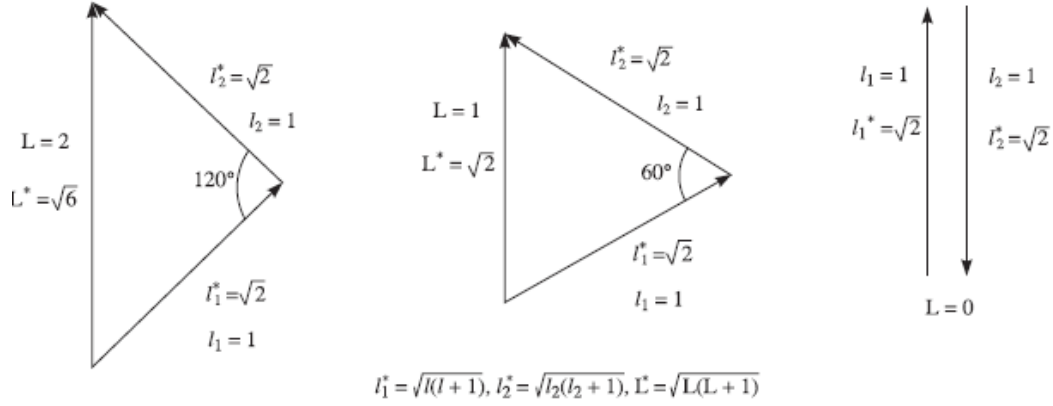
وعليه ، تكون القيم المسموحة لمقدار الزخم الزاوي المداري لهذين الإلكترونين :

$$|L| = \sqrt{0(0+1)} \hbar = 0$$

$$|L| = \sqrt{1(1+1)} \hbar = \sqrt{2} \hbar$$

$$|L| = \sqrt{2(2+1)} \hbar = \sqrt{6} \hbar$$

هندسيا، تكون إضافة هذين الإلكترونين بالصورة التالية (الشكل 2.7.1)



الشكل (2.7.1) توضيح هندسي لإضافة الزخم الزاوية المدارية لإلكترونين تكافؤ.

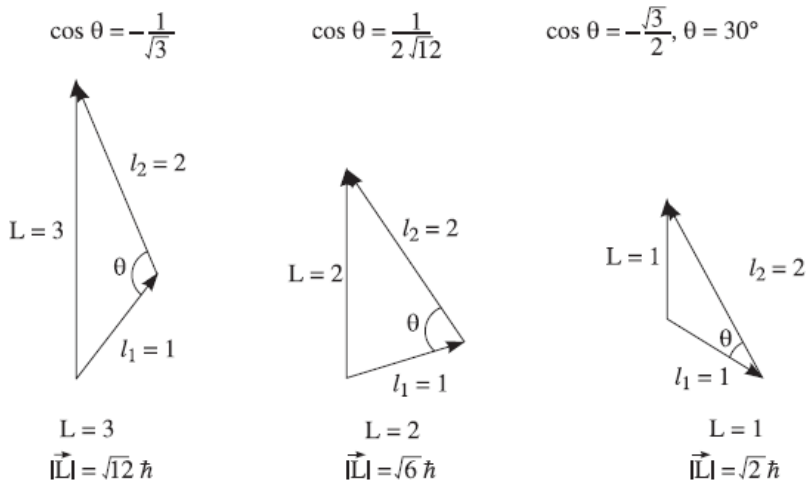
ملاحظة: تشير الرموز ذات النجمة (*) الى مقادير magnitude المتجهات المقابلة بوحدات \hbar .

كمثال آخر على جمع المتجهات للزخم الزاوية المدارية، نفرض ان احد الكترونات التكافؤ في القشرة الفرعية P بينما الإلكترون الثاني في القشرة الفرعية d. أي ان $l_1 = 1, l_2 = 2$ ، فيكون الجمع على النحو التالي

$$\mathbf{L} = l_1 \oplus l_2 = 1 \oplus 2 = 1, 2, 3$$

$$|\mathbf{L}| = \sqrt{L(L+1)} \hbar = \sqrt{2}\hbar, \sqrt{6}\hbar, \sqrt{12}\hbar$$

وتكون الإضافة الهندسية لهذه الزخم الزاوية بالصورة التالية (شكل 2.7.2):



شكل (2.7.2) إضافة الزخم الزاوية المدارية للإلكترونين تكافؤيين ، حيث $l_1 = 1, l_2 = 2$

ويكون لمتجه الزخم الزاوي الكلي المداري \mathbf{L} ترتيبات معينة في الفضاء، وهذا يؤدي الى ان مسقط هذا المتجه في اتجاه ثابت (محور z) تكون له قيم منفصلة (منقطعة) وتعطى كالتالي

$$|\mathbf{L}_z| = M_L \hbar \quad \dots(2.7.3)$$

وتسمى الكمية M_L بالرقم الكمي المغناطيسي المداري الكلي total orbital magnetic quantum number . ويتخذ هذا الرقم القيم الصحيحة ما بين $[-L, +L]$ ، ويكون عدد هذه القيم $(2L+1)$ قيمة .

(ii) اقتران الزخم الزاوية الغزلية Coupling of Spin Angular Momenta

بسبب التحويل التبادلي، تقترن الزخم الزاوية الغزلية للإلكترونات التكافؤ لتكون متجه زخم زاوي مغزلي محصل S . أي

$$\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 + \mathbf{s}_3 + \dots \quad \dots(2.7.4)$$

يكون مقدار هذا المتجه المحصل مكمما ويعطى كما يلي

$$|\mathbf{S}| = \sqrt{S(S+1)} \hbar$$

حيث S الرقم الكمي المغزلي الكلي ونحصل عليه بالجمع الكمي التالي

$$\begin{aligned} S &= s_1 \oplus s_2 \oplus s_3 \oplus \dots \\ &= \frac{1}{2} \oplus \frac{1}{2} \oplus \frac{1}{2} \oplus \dots \end{aligned} \quad \dots(2.7.5)$$

كما ان اتجاه هذا المتجه S يكون مكمما ومسقطه على اتجاه ثابت له قيم منفصلة تعطى كما يلي

$$|\mathbf{S}_z| = M_S \hbar \quad \dots(2.7.6)$$

حيث M_S تسمى الرقم الكمي الغزلي المغناطيسي الكلي total magnetic spin quantum number . لنفرض وجود خمس إلكترونات تكافؤ في ذرة ما . تكون الترتيبات الممكنة للغزل والقيم المقابلة للرقم الكمي الغزلي الكلي S كما يلي

$$\begin{aligned} \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow & \quad S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \\ \uparrow\uparrow\uparrow\downarrow & \quad S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ \uparrow\uparrow\downarrow\downarrow & \quad S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

يقابل قيمة $S = 5/2$ ، قيم M_S المسموح بها التالية: $5/2, 3/2, 1/2, -1/2, -3/2, -5/2$

وهكذا لباقي قيم M_S المسموح بها في حالتها: $S = 3/2$ ، $S = 1/2$.

(iii) اقتران L مع S

ألا يتم التفاعل الزخم الزاوي المداري الكلي L مع الزخم الزاوي المغزلي الكلي من خلال العزوم المغناطيسية المرافقة لكل منهما لتشكل المتجه المحصل J الذي يعرف بمتجه الزخم الزاوي الكلي للذرة.

ويعرف هذا الاقتران بالاقتران المداري – المغزلي. Spin- orbit coupling.

$$L + S = J \quad \dots(2.7.7)$$

ويكون مقدار المتجه J كما يلي:

$$|J| = \sqrt{J(J+1)} \hbar$$

حيث يعرف J بالرقم الكمي للزخم الزاوي الكلي للذرة . وتعطى القيم المسوحة له بالعلاقة الرياضية التالية

$$J = L \oplus S \quad \dots(2.7.8)$$

أي ان ، تتخذ J القيم الصحيحة ما بين $L+S$ الى $|L - S|$. كما يكون اتجاه J يكون مكمما ويعطى مسقطه على أي محور كما يلي

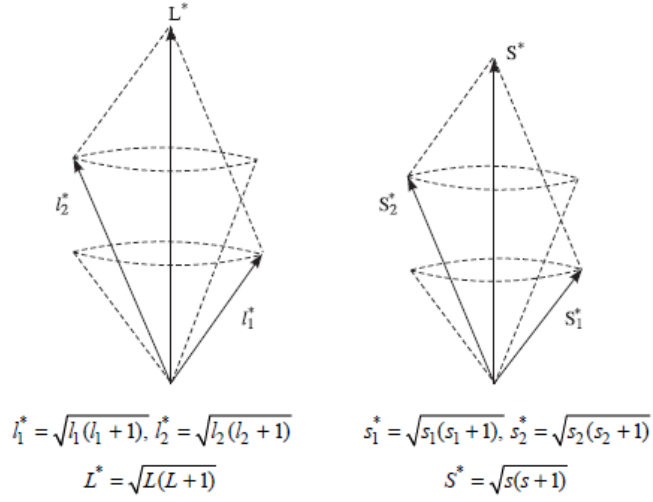
$$|J_z| = M_J \hbar \quad \dots(2.7.9)$$

حيث M_J تسمى الرقم الكمي المغناطيسي الكلي للذرة . ويتخذ القيم الصحيحة كما يلي : $-J \rightarrow +J$

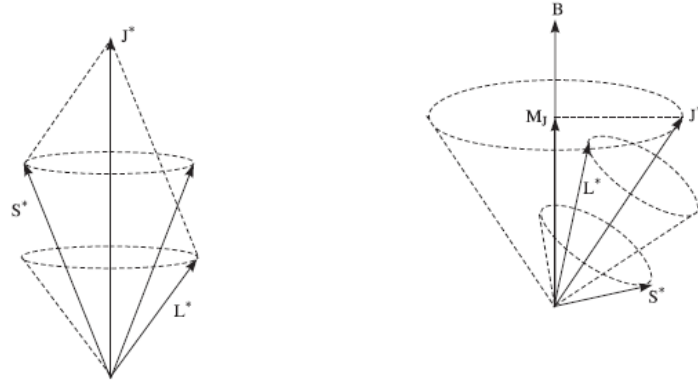
في غياب المجال المغناطيسي الخارجي ، يكون الزخم الزاوي الكلي J محفوظا في المقدار والاتجاه . كما يكون اثر العزوم الداخلية internal torques جعل المتجهات L ، S تغزل حول اتجاه المتجه المحصل لهما J . بغض النظر ، في حضور المجال المغناطيسي الخارجي B ، فإن المتجه المحصل J يغزل حول B بينما المتجهات L ، S تستمر بالغزل حول المتجه المحصل J . إذا تمكنا من حساب مركبة J حول اتجاه معين ، مثل محور z - ، تكون هذه المركبة ذات قيمة معرفة بشكل حسن well- defined ولكن تكون باقي مركبات هذا المتجه المحصل غير مؤكدة uncertain . هذا يعني ان المتجهات L ، S تغزل حول J كما هو مبين في الشكل (2.7.4 ، 2.7.3) .

If $L = 2$, and $S = 1$ then $J = L \oplus S = 2 \oplus 1 = 1, 2, 3$.

If $L = 2$, $S = 3/2$ then $J = L \oplus S = 2 \oplus 3/2 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}$.



شكل (2.7.3) غزل المتجهات l_1, l_2 حول المحصلة L , غزل s_1, s_2 حول محصلتهما S



شكل (2.7.4) غزل المتجهات L, S حول المتجه المحصل J , غزل هذا المتجه حول المجال المغناطيسي B .

(2.7.2) اقتران j - z

كلما زادت شحنة النواة تزداد قوى المدار- الغزل لتسود على التفاعل الكهروستاتيكي. كما ينهار اقتران L - S . تحت تأثير تفاعل المدار- الغزل الكبير ، تفترن الزخم المداري والغزلي لكل الكتلون لتشكل زخم زاوي محصل j . ويرتبط هذا الزخم الزاوي المحصل لكل الكتلون متجه محصل J يسمى متجه الزخم الزاوي الكلي للذرة. وهذا الاقتران يعرف باقتران j - z ويمكن تلخيصه كما يلي

$$l_i + s_i = j_i$$

$$j_1 + j_2 + \dots = \sum j_i = J$$

كمثال على هذا الاقتران ، لنعتبر التكوين الإلكتروني pd حيث للإلكترون p ، الأرقام الكمية $l_1 = 1, s_1 = 1/2$ ،
وعليه $j = 1/2, 3/2$. وبالمثل، يكون للإلكترون d الأرقام الكمية التالية
 $l_2 = 2, s_2 = 1/2$, and $j = 3/2, 5/2$.

الآن يمكن ربط j_1 مع j_2 بأربعة طرق يمكن وصفها كالتالي

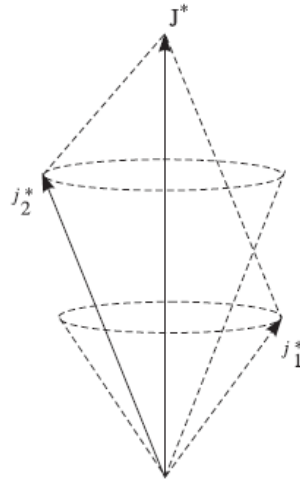
$$(i) \quad j_1 = 1/2, j_2 = 3/2, \quad \therefore J = j_1 \oplus j_2 = 1, 2.$$

$$(ii) \quad j_1 = 1/2, j_2 = 5/2, \quad \therefore J = j_1 \oplus j_2 = 2, 3.$$

$$(iii) \quad j_1 = 3/2, j_2 = 3/2, \quad \therefore J = j_1 \oplus j_2 = 0, 1, 2, 3.$$

$$(iv) \quad j_1 = 3/2, j_2 = 5/2, \quad \therefore J = j_1 \oplus j_2 = 1, 2, 3, 4.$$

من الملاحظ ان اقتران L-S واقتران j-j يعطيان نفس عدد الحدود ونفس قيم J. كما يرمز للحد الطيفي في اقتران j-j بالرمز: (j_1, j_2) . كما يوضح الشكل (2.7.5) غزل j_1, j_2 حول محصلتهما J.



شكل (2.7.5) غزل كلا من j_1, j_2 حول محصلتهما J.

كما تكون قاعدة الانتقاء للقفز بين المستويات الناتجة من هذا الاقتران كما يلي

$$\Delta j = 0, \pm 1.$$

(2.8) رموز الحالة الذرية (الحدود الطيفية) Atomic State or Spectral Term Symbol

تتميز حالة الذرة بالأرقام الكمية J, S, L وتمثل بالرموز وفقا للمخطط التالي:

L	0	1	2	3	4	5
Symbol	S	P	D	F	G	H

هنا يجب عدم الخلط بين الرمز S والرقم الكمي المغزلي الذي سبق . ونكتب قيم J كدليل سفلي للحالة (الرمز) ، بينما نكتب المتضاعفة r كدليل علوي يسبق هذا الرمز وتكون قيمة r كما يلي

$$r (= 2S + 1 \text{ if } S \leq L \text{ and } = 2L + 1 \text{ if } L < S)$$

مثال: اكتب رمزا لذرة تتميز بالأرقام الكمية التالية $L = 2, S = 3/2, J = 5/2$

هنا : $r = 2S + 1 = 3 + 1 = 4$ ، $L=2$ تقابل الرمز D . وعليه ، يكون الترميز للحالة كالتالي : ${}^4D_{5/2}$

(2.9) الحالة الأرضية لذرات أحادية التكافؤ (ذرات الهيدروجين والذرات القلوية)

في هذه الحالة ، تحتوي قشرة التكافؤ على الكترون واحد برقم كمي : $l=0$. وتكون باقي الأرقام على النحو

$$\begin{aligned} L &= l = 0 \\ S &= s = 1/2 \\ J &= L \oplus S = 0 \oplus 1/2 = 1/2 \\ r &= 2L + 1 = 1 \end{aligned}$$

تساوي المتضاعفة عدد القشور الفرعية المختلفة عن بعضها في قيم J. وعليه يكون ترميز الحالة الأرضية (حسب التوافق السابق) كما يلي

${}^1S_{1/2}$ ولكن عادة ما يكتب بالصورة ${}^2S_{1/2}$ بسبب ان هذا الحد ينتمي لنظام مزدوج (ثنائي) doublet . في الحالة الاستثارة يذهب الكترون التكافؤ الى القشرة الفرعية p او الى قشور فرعية أخرى. كما يكون لجميع الحالات الاستثارة $L > S$ وتكون المتضاعفة $r = 2S + 1 = 2$. لتحديد هذه الحقيقة، يعبر عن الحالة الأرضية التابعة لنظام يملك حالات مستثارة مزدوجة على الصورة ${}^2S_{1/2}$.

الحالات الاستثارة للذرات القلوية

في الحالات الاستثارة يذهب الكترون التكافؤ في الذرات القلوية من القشرة الفرعية s الى القشرة الفرعية p او الى حالات اعلى. اذا كان هذا الإلكترون في الحالة p، اذا ، تكون الأرقام الكمية على النحو

$$L = l_1 = 1$$

$$S = s_1 = 1/2$$

$$r = 2S + 1 = 2$$

$$J = 1 \oplus \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

كما يكون الترميز الطيفي على النحو التالي:

$${}^2P_{1/2}, {}^2P_{3/2}$$

اما اذا ترقى الكترون التكافؤ الى الحالة d ، نحصل على التالي

$$L = 2, S = 1/2, J = 2 \oplus \frac{1}{2} = \frac{5}{2}, \frac{3}{2}$$

$$r = 2S + 1 = 2$$

$${}^2D_{3/2}, {}^2D_{5/2}$$

• التعددية multiplet

بسبب التفاعل بين حركتي المدار و الغزل spin-orbit interaction ينقسم كل مستوى المميز بقيمة L الى مجموعة من المستويات الفرعية تعرف باسم مستويات البنية الدقيقة . وتجمع مستويات البنية الدقيقة المنتمية لقيمة L المعطاة يعرف بالتعددية multiplet.

(2.10) الحدود الطيفية لذرات ثنائية التكافؤ (ذرة الهيليوم و ذرات العناصر الأرضية – القلوية)

Spectral Terms of Two Valence Electrons Systems (Helium and Alkaline- Earths)

I. اقتران L-S

• الكترونان غير متكافئة (l n مختلفة)

في حالة هذه الذرات ، تكون جميع الأرقام الكمية غير متماثلة . نتناول بعض الأمثلة على طريقة كتابة الحدود الطيفية

(1) هيئة (نظام) sp

في هذه الحالة، نجد ان

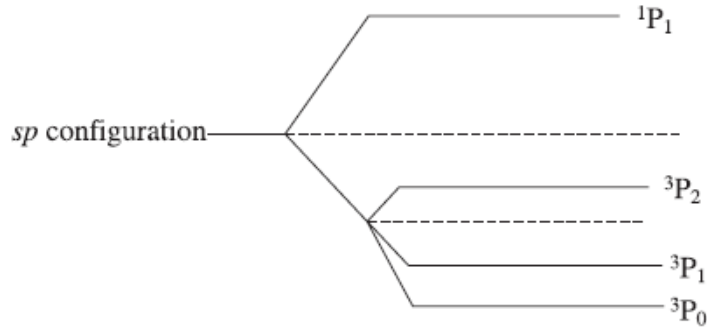
$$l_1 = 0, l_2 = 1, L = l_1 \oplus l_2 = 0 \oplus 1 = 1,$$

$$s_1 = 1/2, s_2 = 1/2, S = s_1 \oplus s_2 = 1/2 \oplus 1/2 = 0, 1$$

(S = 0): J = L ⊕ S = 1 ⊕ 0 = 1. Spectral term is 1P_1 .

(S = 1): J = L ⊕ S = 1 ⊕ 1 = 0, 1, 2. Spectral terms are $^3P_{0, 1, 2}$

حيث تسمى الحالة S=0 الحالة المنفردة singlet state ، وتسمى الحالة S=1 الحالة الثلاثية triplet state. الشكل (2.10.1) يبين مخطط البنية الدقيقة fine structure لهيئة sp .



شكل (2.10.1) البنية الدقيقة لمستويات نظام sp

مخطط برايت Breit's scheme

يمكن الحصول على الحدود الطيفية بمساعدة ما يعرف بمخطط برايت كما يظهر في المثال التالي

للالكترون الأول:

$$l_1 = 0, m_{l_1} = 0. m_{s_1} = 1/2, -1/2.$$

بينما للإلكترون الثاني:

$$l_2 = 1, m_{l_2} = 1, 0, -1. m_{s_2} = 1/2, -1/2.$$

كما يمكن التعبير عن قيم m_l للإلكترونين في صفوف واعمدة الجدول التالي

$m_{l_1} \rightarrow$	1	0	-1	$m_{l_2} \downarrow$
M_L	1	0	-1	0

Allowed values of $M_L = 1, 0, -1$

$m_{s_1} \rightarrow$	1/2	-1/2	$m_{s_2} \downarrow$
M_S	1	0	1/2
	0	-1	-1/2

$M_S = 0$

$M_S = 1, 0, -1$

من الجدول المبين على اليسار نرى ان $M_L = 1, 0, -1$ ، هذا يتضمن ان $L=1$. بينما يفصل الخط المنقط في يمين الجدول المبين على جهة اليمين بين مجموعتين هما $M_S = 1, 0, -1$ و $M_S = 0$. من قيم M_S نستطيع الحصول على قيم S والتي هي $S=1$ و $S=0$.

لهذا، نحصل على $L=1$ و $S=0, 1$. لذلك تكون الحدود الطيفية في الحالات المنفردة (singlet states) $(S=0)$ والحالات الثلاثية (triplet states) $(S=1)$ كما يلي

$$(S = 0): J = L \oplus S = 1 \oplus 0 = 1. \text{ Spectral term is } {}^1P_1.$$

$$(S = 1): J = L \oplus S = 1 \oplus 1 = 0, 1, 2. \text{ Spectral terms are } {}^3P_{0,1,2}$$

(2) هيئة (نظام) - pd

بالمثل ، نحصل على الحدود الطيفية لهذا النظام حيث: $l_1 = 1, l_2 = 2$ كما يلي:

$$: l_1 = 1, l_2 = 2, L = 1 \oplus 2 = 1, 2, 3. (P, D, F \text{ terms})$$

$$s_1 = 1/2, s_2 = 1/2, S = 1/2 \oplus 1/2 = 0, 1$$

في الحالات المنفردة $(S=0)$ والحالات الثلاثية $(S=1)$:

- (i) $J = L \oplus S = 1 \oplus 0 = 1$
(ii) $J = L \oplus S = 2 \oplus 0 = 2$
(iii) $J = L \oplus S = 3 \oplus 0 = 3$

The spectral terms are: ${}^1P_1, {}^1D_2, {}^1F_3$.

- (i) $J = L \oplus S = 1 \oplus 1 = 0, 1, 2$. The spectral terms are: ${}^3P_{0, 1, 2}$
(ii) $J = 2 \oplus 1 = 1, 2, 3$. The spectral terms are: ${}^3D_{1, 2, 3}$
(iii) $J = 3 \oplus 1 = 2, 3, 4$. The spectral terms are: ${}^3F_{2, 3, 4}$.

مخطط برايت :

$$l_1 = 1, m_{l_1} = 1, 0, -1 \text{ and } l_2 = 2, m_{l_2} = 2, 1, 0, -1, -2. m_{s_1} = 1/2, -1/2, m_{s_2} = 1/2, -1/2$$

كما تعرض الجدوال التالية الحدود الطيفية في حالة هذا النظام كما يلي

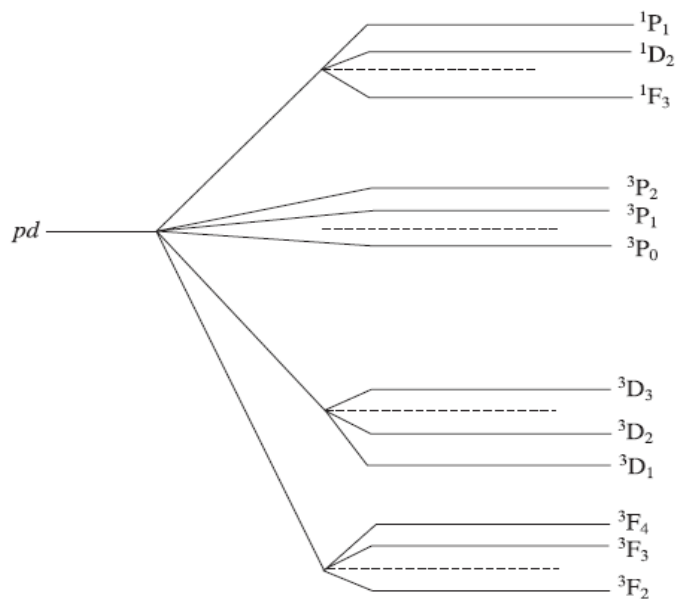
$m_{l_1} \rightarrow$	1	0	-1	$m_{l_2} \downarrow$
	3	2	1	2
	2	1	0	1
	1	0	-1	0
	0	-1	-2	-1
	-1	-2	-3	-2
	L = 1	L = 2	L = 3	

$m_{s_1} \rightarrow$	1/2	-1/2	$m_{s_2} \downarrow$
	1	0	1/2
	0	-1	-1/2
	S = 0	S = 1	

في الجول اليساري ، تفصل الخطوط المنقطة ما بين قيم M_L . نجد من قيم M_L المسموحة ان $L = 1, 2, 3$. بالمثل من الجدول اليميني نجد ان $S = 0, 1$. ومن قيم L, S نحصل على قيم J والحدود الطيفية التالية : 1p_1 ،

$${}^1D_2, {}^1F_3, {}^3P_{0, 1, 2}, {}^3D_{1, 2, 3} \text{ and } {}^3F_{2, 3, 4}.$$

كما يكون مخطط الحدود الطيفية لمستويات الطاقة في هذا النظام كالتالي :



شكل (2.10.2) الحدود الطيفية لنظام او هيئة pd

(3) هيئة $np\ n'p$ (الالكترونات غير مثيلة او متكافئة)

في هذه الحالة ، يكون الرقم الكمي الرئيسي n مختلفا للإلكترونين. وهنا نجد ان

$$l_1 = 1, l_2 = 1, s_1 = 1/2, s_2 = 1/2.$$

كما تكون جدوال المساقط كالتالي

$m_{l_1} \rightarrow$	1	0	-1	$m_{l_2} \downarrow$
	2	1	0	1
M_L	1	0	-1	0
	0	-1	-2	-1
	L=0	L=1	L=2	

Allowed values of L = 0, 1, 2.

$m_{s_1} \rightarrow$	1/2	-1/2	$m_{s_2} \downarrow$
	1	0	1/2
M_S	0	-1	-1/2
	S=0	S=1	

Allowed values of S = 0, 1.

كما تكون الحالات المنفردة (S=0) والحالات الثلاثية (S=1) على النحو:

Singlet states ($S = 0$):

(i) $J = 0 \oplus 0 = 0$

(ii) $J = 1 \oplus 0 = 1$

(iii) $J = 2 \oplus 0 = 2$

Singlet states are: $^1S_0, ^1P_1, ^1D_2$.

Triplet states ($S = 1$):

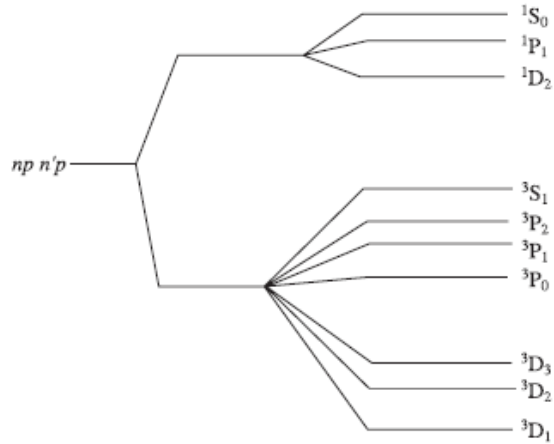
(i) $J = 0 \oplus 1 = 1$

(ii) $J = 1 \oplus 1 = 0, 1, 2$

(iii) $J = 2 \oplus 1 = 1, 2, 3$.

الحدود الطيفية:

$$^3S_1, ^3P_{0, 1, 2}, ^3D_{1, 2, 3}$$



شكل (2.10.3) الحدود الطيفية لهيئة p-p غير المثيل.

• الكترونان مثيلان (متكافئان) لهما نفس n, l

هيئة p - p :

في الحالة الأرضية لذرة الكربون : ${}_6C = 1s^2, 2s^2, 2p^2$ ، يكون الإلكترونان (*two p-electrons*) بنفس الأرقام الكمية (n, l) ولذلك يقال انهما الكترونين متكافئين. في هذه الحالة

$$l_1 = 1, m_{l_1} = 1, 0, -1, m_{s_1} = 1/2, -1/2 .$$

$$l_2 = 1, m_{l_2} = 1, 0, -1, m_{s_2} = 1/2, -1/2 .$$

كما يكون مخطط برايت للحصول على الحدود الطيفية كما في الجداول ادناه:

$m_{l_1} \rightarrow$	1	0	-1	$m_{l_2} \downarrow$
	2	1	0	1
M_L	1	0	-1	0
	0	-1	-2	-1

$m_{s_1} \rightarrow$	1/2	-1/2	$m_{s_2} \downarrow$
	1	0	1/2
M_S	0	-1	-1/2
	S=0	S=1	

وفقا لقاعدة باولي يكون هناك حالتان :

$$(i) \text{ حالة الغزل المتوازي ، أي } m_{s_1} = m_{s_2} \text{ و } m_{l_1} \neq m_{l_2} .$$

في الجدول اليساري، تكون الأرقام (2,0,-2) في المنطقة المنقطة تقابل $m_{l_1} = m_{l_2}$ لذلك هي مستثناه (مبعده) وتبقى القيم $M_L = 1, 0, -1$. هذا يعطي قيمة (p-state) $L=1$. بينما يعطي الجدول اليميني قيم $S=0, 1$ وتكون القيمة الصفرية مبعده لأنها تقابل الغزل المضاد للإلكترونات حيث اننا بصدد حالة الغزل المتوازي. وتكون قيم J المسموحة كما يلي

$$J = L \oplus S = 1 \oplus 1 = 0, 1, 2.$$

والحدود الطيفية:

$${}^3P_{0, 1, 2}.$$

$$(ii) \text{ حالة الغزل المعاكس أي } m_{s_1} \neq m_{s_2} \text{ و } m_{l_1} = m_{l_2} .$$

هنا تقع قيم M_L المسموحة في المنطقة المنقطة من الجدول اليساري وهي: 2,0,-2 وهذا يعطي قيم $L=0, 2$. لإستثناء قيم M_S المقابلة لحالة الغزل المتوازي نحذف قيم $M_S = 1, -1$ ويبقى قيمة $M_S = 0$. وعليه، تعطى قيم J كما يلي

$$(i) J = L \oplus S = 0 \oplus 0 = 0. \text{ The spectral term is } {}^1S_0.$$

$$(ii) J = 2 \oplus 0 = 2. \text{ The spectral term is } {}^1D_2.$$

وعليه، تكون الحدود الطيفية لهيئة p-p ذات الكترونات متماثلان كالتالي

$${}^1S_0, {}^1D_2, {}^3P_{0, 1, 2}.$$

.II الحدود الطيفية في اقتران J- J

(1) هيئة p-d غير متماثلة الإلكترونين:

في هذه الحالة، نجد الحدود الطيفية كالتالي

$$l_1 = 1, s_1 = 1/2, j_1 = l_1 \oplus s_1 = 1 \oplus 1/2 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

$$l_2 = 2, s_2 = 1/2, j_2 = l_2 \oplus s_2 = 2 \oplus 1/2 = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$$

$$(i) J = j_1 \oplus j_2 = \frac{1}{2} \oplus \frac{3}{2} = 1, 2$$

$$(ii) J = \frac{1}{2} \oplus \frac{5}{2} = 2, 3$$

$$(iii) J = \frac{3}{2} \oplus \frac{3}{2} = 0, 1, 2, 3.$$

$$(iv) J = \frac{3}{2} \oplus \frac{5}{2} = 1, 2, 3, 4.$$

Spectral terms are:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)_{1,2}, \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)_{2,3}, \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)_{0,1,2,3}, \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)_{1,2,3,4}. \text{ There are 12 states.}$$

نلاحظ وجود 12 حالة.

(2) هيئة p-p بإلكترونين غير متماثلين

في هذه الحالة نجد الحدود الطيفية كما يلي

$$l_1 = 1, s_1 = 1/2, j_1 = 1 \oplus 1/2 = 1/2, 3/2$$

$$l_2 = 1, s_2 = 1/2, j_2 = 1 \oplus 1/2 = 1/2, 3/2$$

$$(i) J = j_1 \oplus j_2 = 1/2 \oplus 1/2 = 0, 1$$

$$(ii) J = 1/2 \oplus 3/2 = 1, 2$$

$$(iii) J = 3/2 \oplus 1/2 = 1, 2$$

$$(iv) J = 3/2 \oplus 3/2 = 0, 1, 2, 3$$

Spectral states are:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)_{0,1}, \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)_{1,2}, \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)_{1,2}, \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)_{0,1,2,3}$$

(3) هيئة p-p للإلكترونات المتماثلة (المتكافئة)

لنفرض ان الكترونين متماثلين في القشرة الفرعية الأولى - p . أي،

$$l_1 = 1, s_1 = 1/2, j_1 = l_1 \oplus s_1 = 1 \oplus 1/2 = 1/2, 3/2.$$

$$l_2 = 1, s_2 = 1/2, j_2 = 1 \oplus 1/2 = 1/2, 3/2.$$

في اقتتران j_1-j_2 يمكن وصف حالة الإلكترون بأربعة ارقام كمية وهي. وفقا لقاعدة باولي، فإن على الأقل يكون رقم واحد من هذه الأرقام للإلكترونين يجب ان يكون مختلفا. ويمكن الحصول على قيم برايت (كما في الجداول ادناه)

m_{l_1}	1	0	-1	m_{s_1}
m_{j_1}	3/2	1/2	-1/2	1/2
	1/2	-1/2	-3/2	-1/2
	$j_1 = 1/2$		$j_1 = 3/2$	

m_{l_2}	1	0	-1	m_{s_2}
m_{j_2}	3/2	1/2	-1/2	1/2
	1/2	-1/2	-3/2	-1/2
	$j_2 = 1/2$		$j_2 = 3/2$	

من الجدول الأيسر:

$$m_{j_1} = 1/2, -1/2 \text{ and } m_{j_1} = 3/2, 1/2, -1/2, -3/2.$$

حيث تم استبعاد القيم داخل المستطيل في الجدول الأيسر. وهذه القيم تعطي: $j_1 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$. وبالمثل الجدول

الأيمن يعطي $j_2 = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$. وعليه، يكون الربط الممكن ما بين j_1, j_2 على النحو:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

من بين هذه الإرتباطات combinations الأربعة يوجد حدان في الوسط متشابهين ولذلك نعتبر احدهما فقط لعدم التكرار. وعليه ، تكون الإرتباطات ثلاثة فقط وهي:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

نتناول بعض الأمثلة لتحديد **J** لحالات معينة من قيم j_1, j_2 المتساوية وغير متساوية.

• **تحديد J**

الحالة (1)

$$: \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ with } j_1 = j_2 \text{ and } m_{j_1} \neq m_{j_2}.$$

كما ان جدول قيم m_{j_1}, m_{j_2} كون كالتالي

m_{j_1}	1/2	-1/2	m_{j_2}
M_j	1	0	1/2
	0	-1	-1/2
M _J =0			
J = 0			

كما ان الحدود القطرية في الجدول أعلاه $\{1, -1\}$ يجب استبعادها (تطبيق قاعدة باولي) ولا يبقى سوى الحد الطيفي :

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)_0$$

الحالة (2) :

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ with } j_1 \neq j_2$$

(لا حاجة الى قاعدة باولي) عند عمل الجدول ادناه

m_{j_1}	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	m_{j_2}
	2	1	$\frac{3}{2}$
M_J	1	0	$\frac{1}{2}$
	0	-1	$-\frac{1}{2}$
	-1	-2	$-\frac{3}{2}$

$M_J = 2, 1, 0, -1, -2$ gives $J = 2$.

$M_J = 1, 0, -1$, gives $J = 1$.

يكون الحد الطيفي :

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)_{1,2}$$

الحالة (3) :

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right) \text{ when } j_1 = j_2 \text{ and } m_{j_1} \neq m_{j_2} \text{ (Pauli's principle)}$$

يكون الجدول كما يلي:

m_{j_1}	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	m_{j_2}
	3	2	1	0	$\frac{3}{2}$
M_J	2	1	0	-1	$\frac{1}{2}$
	1	0	-1	-2	$-\frac{1}{2}$
	0	-1	-2	-3	$-\frac{3}{2}$

يجب استبعاد القيم التي تقع في المناطق المنقطة، ولذلك نحصل على القيم التالية:

$M_J = 0$, gives $J = 0$ and $M_J = 2, 1, 0, -1, -2$ gives $J = 2$

كما يكون الحد الطيفي :

$$\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right)_{0,2}$$

(2.11) قاعدة هاند لتحديد الحالة الأرضية لذرة ما

(i) من بين الحدود المنتمية لهيئة الكترونية ، يكون الحد ، الذي له قيمة S الممكنة العظمى (اعلى تعددية) وقيمة L الممكنة العظمى عند هذه القيمة من S ، يملك اقل طاقة .

(ii) تكون التعددية المكونة من الإلكترونات المتكافئة عادية *normal* ، أي ، ترتفع طاقة الحالة مع إزدياد قيمة J اذا لم يكن اكثر من نصف القشور الفرعية ممتلئ .

(iii) تكون التعددية المكونة من الإلكترونات المتكافئة *equivalent electrons معكوسة inverted أي، تنقص* الطاقة مع زيادة J اذا لم يكن اكثر من نصف القشور الفرعية ممتلئ .
وبعبارة أخرى، عندما يكون اكثر من نصف القشور الفرعية ممتلئ، يكون لمكونات التعددية ذات قيم J الصغرى اقل كاقة . lowest energy

• مغلقة القشور الفرعية المغلقة بالإلكترونات المتكافئة

عندما تكون القشور الفرعية التكافؤية مغلقة closed فإنه يكون للذرة ترميز حدي واحد فقط one term symbol الذي له $L=0, m_J=0, S=0$. ويكون الحد الطيفي 1S_0 .

للشور الفرعية المغلقة: $\sum m_l = 0$ ، $\sum m_s = 0$. كمثل، للقشرة الفرعية p^6 يكون :

$$m_l = 1, 1, 0, 0, -1, -1$$

$$m_s = 1/2, -1/2, 1/2, -1/2, 1/2, -1/2$$

أي ان ، $M_L = 0, M_S = 0$. وهذا يتضمن ان $L=0, S=0$.

(2.12) معامل g - للاند في إقتران L-S

في العناصر الخفيفة، التي تحتوي على اكثر من الكترون تكافؤ واحد، يكون التفاعل الكهروستاتيكي بين هذه الإلكترونات اكبر من التفاعل المداري الغزلي. ونتيجة لذلك ترتبط الزخم الزاوية المدارية لهذه الإلكترونات اتجاها لتعطي متجه محصل L. ولا تساهم الإلكترونات في القشور المغلقة في هذا التحصيل. لذلك نعتبر فقط الكترونات التكافؤ. أي

$$\mathbf{L} = l_1 + l_2 + \dots \quad \dots(1.12.1)$$

حيث

$$|l_1| = [l_1(l_1 + 1)]^{1/2} \hbar, |l_2| = [l_2(l_2 + 1)]^{1/2} \hbar,$$

l_1, l_2 هي الأرقام الكمية المدارية للإلكترونات التكافؤ. كما تكون قيمة الزخم الزاوي المداري المحصل للذرة كالتالي

$$|\mathbf{L}| = \sqrt{L(L+1)} \hbar \quad \dots(2.12.2)$$

$$\mathbf{L} = l_1 \oplus l_2 \oplus \dots \quad \text{حيث}$$

والإشارة \oplus تشير الى التجمع الكمي quantized sum .

وبالمثل ، تكون محصلة الزخم الزاوية المغزلية للإلكترونات التكافؤ كما يلي

$$\mathbf{S} = s_1 + s_2 + \dots \quad \dots(2.12.3)$$

حيث

$$|s_1| = [s_1(s_1 + 1)]^{1/2} \hbar, |s_2| = [s_2(s_2 + 1)]^{1/2} \hbar, s_1 = 1/2, s_2 = 1/2.$$

كما يكون مقدار S كما يلي

$$|\mathbf{S}| = [S(S + 1)]^{1/2} \hbar \quad \dots(2.12.4)$$

ويعطى الرقم الكمي المغزلي الكلي كما يلي

$$\mathbf{S} = s_1 \oplus s_2 \dots = \frac{1}{2} \oplus \frac{1}{2} \oplus \dots \quad \dots(2.12.5)$$

الآن يرتبط الزخم الزاوي المداري الكلي \mathbf{L} مع الزخم الزاوي المغزلي الكلي \mathbf{S} لتكوين الزخم الزاوي المحصل \mathbf{J} .

رياضيا ،

$$\mathbf{L} \oplus \mathbf{S} = \mathbf{J} \quad \dots(2.12.6)$$

ويكون مقدار \mathbf{J} كما يلي

$$|\mathbf{J}| = \sqrt{J(J+1)} \hbar \quad \dots(2.12.7)$$

حيث يعطى الرقم الكمي الزاوي الكلي بالصورة التالية:

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} \oplus \mathbf{S} \quad \dots(2.12.8)$$

وهذا النوع من اقتران العزم الزاوي يسمى باقتران راسل-ساندرس **Russell-Saunders** او اقتران L-S . بمثل S و L ، تجمع (او تضاف) العزوم المغناطيسية المصاحبة لكل من L و S لتكوين **محصلة** . يعطى العزم المغناطيسي للذرة كالتالي

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_L + \bar{\mu}_S = -\frac{e}{2m} (\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) = -\frac{e}{2m} (\mathbf{J} + \mathbf{S}) \quad \dots(2.12.9)$$

يكون مسقط $\bar{\mu}$ على \mathbf{J} كما يلي

$$\mu_J = \frac{\bar{\mu} \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} = \left(-\frac{e}{2m} \right) \frac{(\mathbf{J} + \mathbf{S}) \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} = \left(-\frac{e}{2m} \right) \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}}{|\mathbf{J}|} \quad \dots(2.12.10)$$

$$\mathbf{L} \cdot \mathbf{L} = (\mathbf{J} - \mathbf{S}) \cdot (\mathbf{J} - \mathbf{S}) = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} - 2 \mathbf{J} \cdot \mathbf{S}$$

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{S} = \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} - \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}}{2}$$

$$\begin{aligned} \mu_J &= \frac{\bar{\mu} \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|} = -\frac{e}{2m} \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J} - \frac{1}{2}(\mathbf{J} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{S} - \mathbf{L} \cdot \mathbf{L})}{|\mathbf{J}|} \\ &= -\frac{e}{2m} \frac{J(J+1)\hbar^2 - \frac{1}{2}\{J(J+1)\hbar^2 + S(S+1)\hbar^2 - L(L+1)\hbar^2\}}{\sqrt{J(J+1)}\hbar} \\ &= -\frac{e}{2m} \left[1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)\hbar} \right] \sqrt{J(J+1)}\hbar \\ &= -\frac{e}{2m} g \sqrt{J(J+1)}\hbar \\ &= -\frac{e\hbar}{2m} g \sqrt{J(J+1)} \\ &= -\mu_B g \sqrt{J(J+1)} \quad \dots(2.12.11) \end{aligned}$$

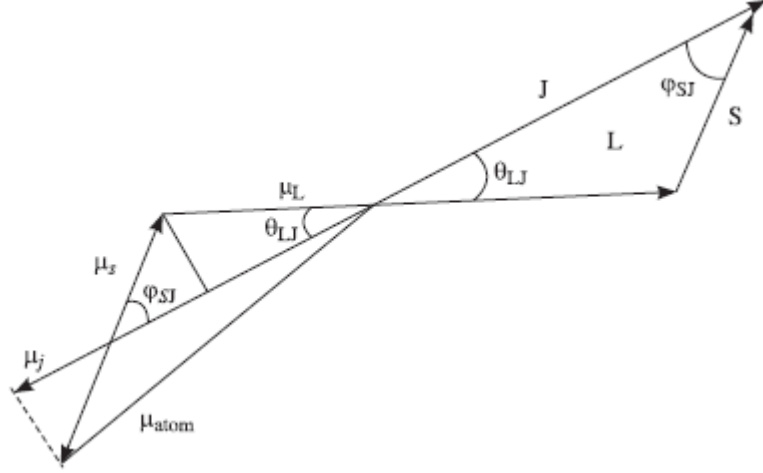
حيث

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad \dots(2.12.12)$$

يسمى g المعطى في المعادلة (2.12.12) بمعامل g - للاندي او بمعامل الانقسام الطيفي spectroscopic splitting factor في حالة الحركة المدارية النقية ، يكون $S=0$ ، ومن هذه المعادلة: عندما $L=J$ ، يكون $g=1$. بينما في حالة الحركة الغزلية النقية ($L=0$) $S=J$ ، وتعطي هذه المعادلة $g=2$.

طريقة أخرى

يمكن وصف العلاقة بين \mathbf{L} , \mathbf{S} , \mathbf{J} بطريقة المخطط الاتجاهي Vector Diagram (كما في الشكل (2.12.1))



الشكل (2.12.1) إضافة μ_L , μ_S لتكوين μ_{atom}

كما يوضح الشكل العزوم المغناطيسية المصاحبة. وبسبب المغناطيسية المزدوجة للحركة الغزلية ، لا تكون محصلة μ_L , μ_S ، التي تظهر في الشكل بمتجه μ_{atom} ، على استقامة مع \mathbf{J} . نفرض ان مسقط μ_{atom} على \mathbf{J} هو μ_J . لنعرف (كما في الشكل) الزوايا θ_{LJ} ، ϕ_{SJ} . نجد من الشكل ان

$$\begin{aligned}\mu_J &= |\mu_L| \cos \theta_{LJ} + |\mu_S| \cos \phi_{SJ} \\ &= -\frac{e}{2m} |\mathbf{L}| \cos \theta_{LJ} - 2\frac{e}{2m} |\mathbf{S}| \cos \phi_{SJ} \\ &= -\frac{e}{2m} \left[\sqrt{L(L+1)} \hbar \cos \theta_{LJ} + 2\sqrt{S(S+1)} \hbar \cos \phi_{SJ} \right] \quad \dots(2.12.13)\end{aligned}$$

حيث علاقات جيوب التمام لهذه الزوايا :

$$\cos \theta_{LJ} = \frac{|\mathbf{J}|^2 + |\mathbf{L}|^2 - |\mathbf{S}|^2}{2|\mathbf{J}||\mathbf{L}|} = \frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{L(L+1)}} \quad \dots(2.12.14)$$

$$\cos \phi_{SJ} = \frac{|\mathbf{J}|^2 + |\mathbf{S}|^2 - |\mathbf{L}|^2}{2|\mathbf{J}||\mathbf{S}|} = \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{S(S+1)}} \quad \dots(2.12.15)$$

بالتعويض في معادلة (2.12.13) ، نحصل على

$$\begin{aligned}
\mu_J &= -\frac{eh}{2m} \left[\frac{J(J+1) + L(L+1) - S(S+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} + 2 \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} \right] \\
&= -\frac{eh}{2m} \left[\frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right] \sqrt{J(J+1)} \\
&= -\frac{eh}{2m} \left[1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right] \sqrt{J(J+1)} \\
&= -\frac{eh}{2m} g \sqrt{J(J+1)} \\
&= -\mu_B g \sqrt{J(J+1)} \quad \dots(2.12.16)
\end{aligned}$$

حيث

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

وعليه ، يمكن كتابة العزم المغناطيسي على النحو

$$\mu_J = -\frac{e}{2m} g |J| = -\frac{eh}{2m} g \sqrt{J(J+1)} = -\mu_B g \sqrt{J(J+1)} \quad \dots(2.12.17)$$

كما يكون مسقط μ_J في اتجاه محور z-

$$(\mu_J)_z = -\frac{e}{2m} g |J_z| = -\frac{eh}{2m} g M_J = -\mu_B g M_J \quad (2.12.18)$$

حيث

$$M_J = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

وتكون قيمة M_J الأعداد المتباعدة الصحيحة ما بين $-J \rightarrow +J$ ، وتسمى الرقم الكمي المغناطيسي للذرة.

(2.13) معامل- g للانددي في اقتران J-J

في حالة الذرات الثقيلة، يكون التفاعل المداري – المغزلي بين العزوم المغناطيسية المصاحبة للحركات المدارية والغزلية اكبر من التفاعل الكهروستاتيكي بين العزوم المغناطيسية المدارية والغزلية للإلكترونات التكافؤ. ونتيجة لذلك فإن الزخم الزاوي المداري l يرتبط مع الزخم الزاوي المغزلي s لنفس الإلكترون لتكوين المحصل j ، ومن ثم ترتبط كل افراد j للإلكترونات التكافؤ لتكوين المتجه المحصل الكلي J . هذا النوع من الاقتران بين الزخم الزاوي يعرف باسم اقتران $J-j$. رياضيا، تكون العملية كما يلي

$$l_1 + s_1 = j_1, l_2 + s_2 = j_2, \dots \quad \dots(2.13.1)$$

$$j_1 + j_2 + \dots = J \quad \dots(2.13.2)$$

نفرض وجود الكترونيين تكافئين بزخوم زاوية j_1, j_2 ويصاحبهما عزوم مغناطيسية هي μ_1, μ_2 . يكون العزم المغناطيسي المحصل في اتجاه J مساويا لمجموع مكونات μ_1, μ_2 الموازية للمتجه J . او

$$\begin{aligned} \mu_J &= \mu_1 \cos(j_1, J) + \mu_2 \cos(j_2, J) \\ &= \frac{e}{2m} \left[g_1 |j_1| \cos(j_1, J) + g_2 |j_2| \cos(j_2, J) \right] \\ &= \frac{e}{2m} \left[g_1 |j_1| \frac{J^2 + j_1^2 - j_2^2}{2 |j_1| |J|} + g_2 |j_2| \frac{J^2 + j_2^2 - j_1^2}{2 |j_2| |J|} \right] \\ &= \frac{e}{2m} \left[g_1 \frac{J^2 + j_1^2 - j_2^2}{2 |J|} + g_2 \frac{J^2 + j_2^2 - j_1^2}{2 |J|} \right] \\ &= \frac{e}{2m} \left[g_1 \frac{J^2 + j_1^2 - j_2^2}{2 |J|^2} + g_2 \frac{J^2 + j_2^2 - j_1^2}{2 |J|^2} \right] |J| \end{aligned}$$

بالتعويض بمقدار $||J|| = \sqrt{J(J+1)}$ ، نحصل على

$$\begin{aligned}
 &= \frac{e}{2m} \left[g_1 \frac{J^2 + j_1^2 - j_2^2}{2|J|^2} + g_2 \frac{J^2 + j_2^2 - j_1^2}{2|J|^2} \right] \sqrt{J(J+1)} \hbar \\
 &= \frac{e\hbar}{2m} \left[g_1 \frac{J^2 + j_1^2 - j_2^2}{2|J|^2} + g_2 \frac{J^2 + j_2^2 - j_1^2}{2|J|^2} \right] \sqrt{J(J+1)} \\
 &= \mu_B \left[g_1 \frac{J^2 + j_1^2 - j_2^2}{2|J|^2} + g_2 \frac{J^2 + j_2^2 - j_1^2}{2|J|^2} \right] \sqrt{J(J+1)} \\
 &= \mu_B g \sqrt{J(J+1)} \quad \dots(2.13.3)
 \end{aligned}$$

حيث

$$g = g_1 \frac{J^2 + j_1^2 - j_2^2}{2|J|^2} + g_2 \frac{J^2 + j_2^2 - j_1^2}{2|J|^2} \quad \dots(2.13.4)$$

g_1, g_2 هما معاملات لاندي لكل من الكتروني التكافئ وتعطى رياضيا كما يلي:

$$g_1 = 1 + \frac{j_1(j_1 + 1) + s_1(s_1 + 1) - l_1(l_1 + 1)}{2j_1(j_1 + 1)} .$$

$$g_2 = 1 + \frac{j_2(j_2 + 1) + s_2(s_2 + 1) - l_2(l_2 + 1)}{2j_2(j_2 + 1)} .$$

(2.14) طاقة الذرة في المجال المغناطيسي

عند وضع ذرة ذات عزم مغناطيسي في مجال مغناطيسي فإنها تتعرض لعزم ازدواج **Torque** يساوي $\mu \cdot B$.
واتفق على ان تكون طاقة الجهد صفرا عندما يتعامد μ مع B ، وتعطى طاقة الجهد في أي ترتيب مطلق بينها
بالعلاقة : $-\mu \cdot B$. لهذا ، تملك الذرة طاقة جهد يعادل هذا المقدار. لنفرض ان الذرة تملك طاقة E_0 - في حالة
عدم وجود المجال المغناطيسي ، لذلك تكون طاقة هذه الذرة في حالة وجود المجال كما يلي

$$E = E_0 - \mu \cdot B \quad \dots(2.14.1)$$

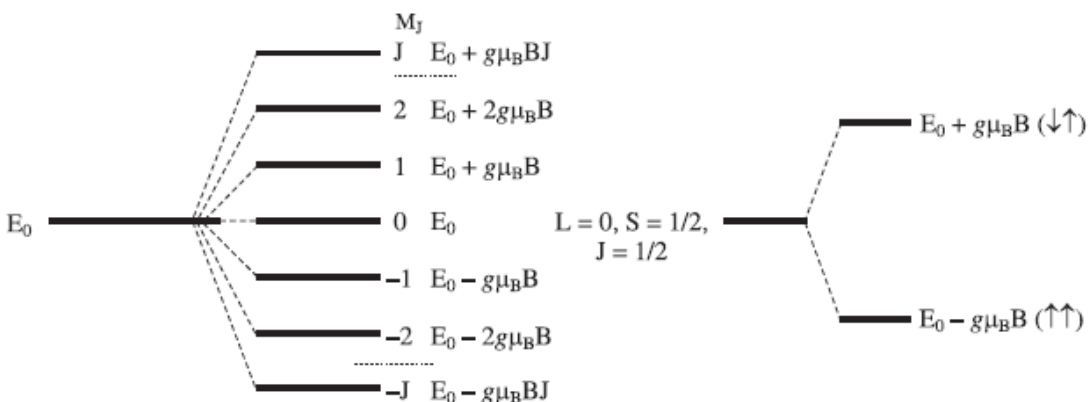
لنفرض ان المجال المغناطيسي باتجاه محور z- ، أي $B = \hat{z} B$ ، اذا تكون طاقة الذرة كما يلي

$$\begin{aligned} E &= E_0 - \mu_z B \\ &= E_0 - \left(-\frac{e}{2m} \right) g |J_z| B \\ &= E_0 + g \left(\frac{e}{2m} \right) M_J \hbar B \\ &= E_0 + g \frac{e\hbar}{2m} B M_J \\ &= E_0 + g \mu_B B M_J \end{aligned}$$

حيث

$$M_J = J, J - 1, \dots, 0, \dots, -(J - 1), -J$$

بما ان عدد قيم M_J يساوي $2J+1$ قيمة ، تنقسم مستويات الطاقة الى $2J+1$ مستوى فرعي متساوي التباعد كما
في الشكل (2.14.1) ويعود سبب الانفصال الى التفاعل بين المجال المغناطيسي مع العزم المغناطيسي للذرة. من
الواضح من معادلة (2.14.2) ان المستوى الذري بقيمة $g=0$ لا ينفصل على الإطلاق.



شكل (2.14.1) انفصال مستويات الطاقة للذرة في المجال المغناطيسي

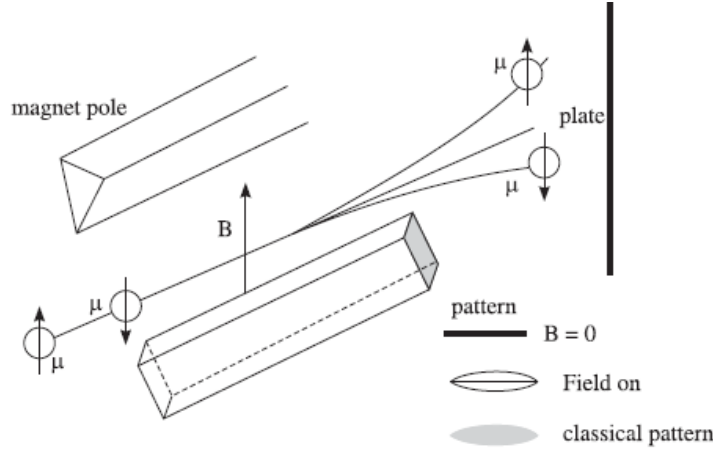
على سبيل المثال، لندرس انفصال الحالة : $4D_{1/2}$ ، حيث لها $L = 0, S = \frac{3}{2}, J = \frac{1}{2}, g = 0$ (الشكل 2.14.1).

بالمثل ، للحالة $S=0$ (الحالة المنفردة) ، لا يحدث انقسام (انفصال) في مستوى الطاقة ، والحالة $1S$ هي كمثال على هذه الحالة.

كما ان مستوى الطاقة المميز بالأرقام (الرسم اليميني) ينقسم الى مستويين، الأول فيه μ مواز والثاني فيه μ غير مواز للمجال المغناطيسي . ويكون المستوى الذي فيه μ مواز للمجال يملك طاقة صغرى ويقع في الأسفل بالنسبة للمستوى الثاني.

(2.15) تجربة ستيرن و جيرلاج (تكميم الفضاء)

جاء الدليل المؤكد على تكميم الفضاء للزخم الزاوي وكذلك العزم المغناطيسي من نتائج تجربة الشعاع الذري التي أجريت على يد العلماء ستيرن و جيرلاج في عام 1922 ، وكانت هذه التجربة تهدف في الأصل قياس العزم المغناطيسي لذرة الفضة. كما أعطت هذه التجربة دليلا على فرضية غزل الإلكترون. يوضح الشكل (2.15.1) ترتيب هذه التجربة، حيث نحصل على شعاع محدد من ذرات الفضة بتبخير عنصر الفضة في فرن حار والسماح لشعاع الذرات بالمرور من ثقب متتالية لتتحرك خلال مجال مغناطيسي غير متجانس B . ويتم استقبال هذا الشعاع النافذ على صفائح فوتوغرافية.



شكل (2.15.1) الترتيب الهندسي لتجربة ستيرن و جيرلاك.

لنفرض ان اتجاه المجال المغناطيسي هو محور z - واتجاه الشعاع الذري هو محور x . في ذرة الفضة، ينتج الزخم الزاوي والعزم المغناطيسي من غزل الكترونات التكافؤ. μ تمثل العزم المغناطيسي لذرة الفضة. في حالة المجال المغناطيسي غير المتجانس الذي يكون تحدره (Gradient) في اتجاه محور z - يتعرض ثنائي القطب المغناطيسي لقوة تكون في اتجاه محور z - . تعطى هذه القوة بالعلاقة

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z} = \mu \cos \theta \cdot \frac{\partial B}{\partial z} \quad \dots(2.15.1)$$

حيث θ = الزاوية بين متجه العزم المغناطيسي واتجاه المجال المغناطيسي B . بفعل هذه القوة تسحب الذرات التي يكون لها جيب تمام لزاوية موجب الى اعلى ، بينما تسحب الذرات الأخرى الى اسفل . بما لا تتأثر الذرات التي لها عزوم مغناطيسية متعامدة مع المجال بأي قوة ، وهذا يجعلها تتحرك في خط مستقيم . كما يكون اعظم انحراف لشعاع الذرات الى اعلى اذا كان $B \parallel \mu$ ، بينما يكون هذا الإنحراف اعظمي الى اسفل عندما تكون هذه المتجهات غير متوازية. وعلية ، نلاحظ انتشار للشعاع على اللوح الفضي ، ويعتمد هذا الإنتشار على مقدار μ_z .

لاحظ ستيرن و جيرلاك انقسام شعاع الفضة الذري الى جزأين مميزين معطية خطين متباعدين ومرتبين بتمائل حول الخط الأصلي الناتج في حالة غياب المجال المغناطيسي.

• التفسير الميكانيكي الكمي

كما ذكر سابقا ان العزم المغناطيسي لذرات الفضة يتأتى من غزل الكترونات التكافؤ. كما يكون غزل هذه الذرات يساوي 1/2. في المجال المغناطيسي ، يكون للزخم الزاوي والعزم المغناطيسي ترتيبان فقط هما : وضع التوازي وعدم التوازي (الاتجاه المضاد) للعزم المغناطيسي بالنسبة للمجال المغناطيسي. وعليه، ينحرف مسار هذه الذرات الى اعلى في حالة وضع التوازي، بينما يكون الانحراف الى أسفل في حالة التضاد. وبناء عليه، ينقسم الشعاع الى جزأين. وهكذا، نتوقع وجود مسارين للشعاع فقط على اللوح الفوتوغرافي وهذا ما تمت مشاهدته عمليا. يعتمد عدد المسارات على الزخم الزاوي (الغزل) للذرة. كما اجري تجارب باستعمال اشعة ذرية من الألومنيوم، النحاس، والمعادن القلوية وكانت النتيجة ملاحظة مسارين فقط. كما أعطت التجارب المستخدم فيها الفناديوم، النيتروجين، والهالوجينات أربعة مسارات. بينما شوهد تسع مسارات للحديد وعشرة للكوبلت. بينما اعطى استخدام شعاع الزئبق وشعاع المغنسيوم مسار واحد فقط عند الموقع المركزي، وهذا يعني ان ذرات هذه المواد لا تملك أي عزوم مغناطيسية.

(2.16) طاقة تفاعل الحركة المدارية والغزلية Spin-Orbit Interaction Energy

تفترض النظرية الكلاسيكية ان الإلكترون يتحرك في مجال كولوم لنواة ساكنة. إذا فرضنا ان إطار الإلكترون ساكنا ((rest frame) فإن النواة هي التي تبدو وكأنها تتحرك حول هذا الإلكترون. وتكافئ هذه الدورة للنواة حلقة تيار كهربائي والتي تنتج مجالا مغناطيسيا عند موقع الإلكترون، حيث يتفاعل عزم الإلكترون المغناطيسي الذاتي مع المجال المغناطيسي **B**. يسمى هذا بتفاعل الحركة المدارية والغزلية ، وهو الذي يؤدي الى البنية الدقيقة في طيف الطاقة. ويعرف التغيير في طاقة الذرة نتيجة لهذا التفاعل بطاقة تفاعل المداري والغزلي. فيما يلي نتناول اشتقاقا لهذه الطاقة. كنتيجة لهذا التفاعل يرتبط الزخم الزاوي المداري مع الزخم الزاوي المغزلي لتكوين متجه محصل **J** وهذا النوع من الاقتران يسمى باقتران **L-S**. ولتوضيح ان هذا التفاعل يسبب في انقسام مستويات الطاقة وبالتالي انفصال خطوط الطيف نقدم ما يلي

نفرض ان الكترون ما يتحرك في مسار دائري نصف قطره r بسرعة خطية v . عند افتراض الإطار الساكن للإلكترون ، تكون النواة متحركة في مدار دائري ولكن في اتجاه مضاد لحركة الإلكترون وبسرعة $-v$. وعليه ، يولد التيار المصاحب لحركة النواة مجالا مغناطيسيا عند موقع الإلكترون. تعطى شدة هذا المجال المغناطيسي كما يلي

$$\mathbf{B} = -\mu_0 \epsilon_0 (\mathbf{v} \times \mathbf{E}) = -\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2} \quad \dots(2.16.1)$$

حيث **E** شدة المجال الكهربائي للنواة. كما تكون العلاقة بين الجهد الكهربائي وشدة المجال في الإحداثيات القطبية كما يلي

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \mathbf{r}, \quad V = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}$$

باستخدام هذه العلاقة ، يمكن إيجاد شدة المجال المغناطيسي كالتالي

$$\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2 r} \frac{\partial V}{\partial r} (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) = -\frac{1}{mc^2 r} \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{l} \quad \dots(2.16.2)$$

حيث \mathbf{l} الزخم الزاوي المداري للإلكترون وتساوي $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$

بما ان الإلكترون يملك عزم مغناطيسي مغزلي يساوي

$$\bar{\mu} = -\frac{e}{m} s \quad \dots(2.16.3)$$

لذلك ، يتفاعل هذا العزم مع المجال المغناطيسي لإعطاء طاقة مغناطيسية كالتالي

$$E_{Lz} = -\bar{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

نسمي هذه الطاقة بطاقة تفاعل المدار- الغزل. عند التعويض بقيم B و μ ، نحصل على

$$E_{Lz} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \left(\frac{Ze^2}{m^2 c^2} \right) \left(\frac{1}{r^3} \right) (\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}) \quad \dots(2.16.4)$$

حيث عوضنا بقيمة الجهد الكهربائي :

$$V = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}$$

لحد الآن لم تعتبر العلاقات النسبية عند اجراء الحسابات السابقة، يضيفي التصحيح النسبي على حركة الإلكترون حول النواة حركة دورانية مضافا اليها في نفس الوقت حركة لف لهذا الإلكترون حول نفسه وتسمى هذه الحركة بالحركة البدارية (او الترنحية) *precessional motion* . ويكون تأثير هذه الحركة ان المجال المغناطيسي كما يلاحظ من موقع الإلكترون يساوي نصف ذلك المفترض في الاشتقاقات السابقة (معادلة 2.16.4) . أي، بهذا التصحيح تصبح طاقة التفاعل المداري – الغزلي كما يلي

$$\Delta E_{ls} = \frac{1}{2} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{1}{m^2 c^2} \left(\frac{1}{r^3} \right) (l \cdot s) \quad \dots(2.16.5)$$

ويكون مقدار هذا التصحيح للطاقة صغير جدا بالمقارنة مع طاقة الإلكترون الكلية. كما يكون مؤثر هاملتون المقابل لهذا التصحيح كما يلي

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{m^2 c^2} \cdot \frac{\hat{l} \cdot \hat{s}}{r^3}$$

إذا كانت دالة موجة الإلكترون للحالة المتميزة بالأرقام n, l, j هي $\Psi_{n,l,j}$ فإن القيمة المتوسطة لطاقة تفاعل المدار- الغزل تكون كما يلي

$$\langle \Delta E_{ls} \rangle = \frac{1}{2(4\pi\epsilon_0)} \cdot \frac{Ze^2}{m^2 c^2} \int \Psi_{n,l,j}^* \frac{\hat{l} \cdot \hat{s}}{r^3} \Psi_{n,l,j} d\tau \quad \dots(2.16.6)$$

الآن ، نستخدم العلاقات التالية

$$(l+s)^2 = j \cdot j$$

$$|l|^2 + |s|^2 + 2 \cdot l \cdot s = |j|^2$$

كما ان القيم المتوسطة للكميات التالية:

$$l^2, s^2 \text{ and } j^2 \text{ are } l(l+1)\hbar^2, s(s+1)\hbar^2 \text{ and } j(j+1)\hbar^2.$$

لذلك ،

$$l \cdot s = \frac{|j|^2 - |l|^2 - |s|^2}{2} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2} \hbar^2 \quad \dots(2.16.7)$$

كما ان القيمة المتوسطة للمقدار $1/r^3$ لهذه الحالة تعطى كالتالي

$$\left\langle \frac{1}{r^3} \right\rangle = \int \Psi_{n,l,j}^* \left(\frac{1}{r^3} \right) \Psi_{n,l,j} d\tau = \frac{Z^3}{a_0^3 n^3 l(l+\frac{1}{2})(l+1)} \quad \dots(2.16.8)$$

على ضوء نتائج معادلات (2.16.7 - 2.16.8) تكون طاقة تفاعل المدار- الغزل كما يلي

$$\Delta E_{Lz} = \frac{1}{4} \frac{e^2 \hbar^2 Z^4}{4\pi\epsilon_0 m^2 c^2 a_0^3} \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{n^3 l(l + \frac{1}{2})(l+1)}$$

$$= \frac{1}{2} Rch\alpha^2 Z^4 \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{n^3 l(l + \frac{1}{2})(l+1)}, \quad l \neq 0, \quad \dots(2.16.9)$$

يكون التغير المقابل في قيمة الحد على النحو

$$\Delta T_{Lz} = -\frac{\Delta E_{Lz}}{hc} = -\frac{1}{2} \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3 l(l + \frac{1}{2})(l+1)} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \quad \dots(2.16.10)$$

ويمكن إعادة كتابة هذه المعادلة على لصورة التالية

$$\Delta T_{Lz} = -\frac{a}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \quad \dots(2.16.11)$$

$$a = \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3 l(l + \frac{1}{2})(l+1)} \quad \dots(2.16.12)$$

كما يمكن كتابة قيمة الحد لطاقة المستوى على النحو

$$T = T_0 + \Delta T_{Lz}$$

حيث T_0 قيمة الطاقة لمستوى مرجعي (افتراضي).

إذا كانت ΔT_{Lz} موجب فإن الانزياح مستوى الطاقة الى أسفل، واما اذا كان هذا المقدار سالب فإن الانزياح يكون الى اعلى بالنسبة للمستوى المرجعي. يسمى انفصال (انقسام) الحالات التي لها نفس n بالبنية (التركيب) الدقيق *fine structure*. فيما يلي سنورد بعض الأمثلة لتوضيح ما سبق.

1. البنية الدقيقة للحالة المزدوجة $^2P_{1/2}$, $^2P_{3/2}$,

للحد الطيفي الأول:

$$l = 1, s = 1/2, j = 1/2.$$

$$\Delta T = -\frac{a}{2} \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 1(1+1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \right] = a(\downarrow)$$

للحد الطيفي الثاني:

$$l = 1, s = 1/2, j = 3/2.$$

$$\Delta T = -\frac{a}{2} \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - 1(1+1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \right] = -\frac{a}{2}(\uparrow)$$

كما يكون تمثيل الانفصال لمستوى الطاقة كما في الشكل (2.16.1)

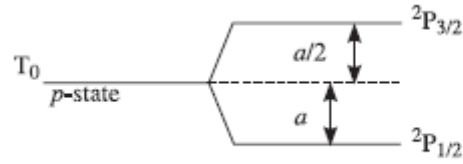


Fig. 2.16.1

2. البنية الدقيقة للخط الطيفي المزدوج ${}^2D_{3/2}$, ${}^2D_{5/2}$ الحالة الأولى:

$${}^2D_{3/2}, s = 1/2, l = 2, j = 3/2.$$

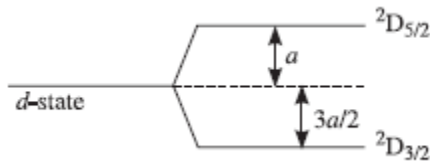
$$\Delta T = 3a/2 (\downarrow)$$

الحالة الثانية

$${}^2D_{5/2}, s = 1/2, l = 2, j = 5/2.$$

$$\Delta T = -a (\uparrow)$$

الشكل (2.16.2) يمثل انقسام مستوى الطاقة



شكل (2.16.2)

(3) البنية الدقيقة للخط الطيفي المزدوج ${}^2F_{5/2}$, ${}^2F_{7/2}$

الحالة الأولى:

$${}^2F_{5/2} \quad s = 1/2, l = 3, j = 5/2.$$

$$\Delta T = 2a \quad (\downarrow)$$

الحالة الثانية:

$${}^2F_{7/2} \quad s = 1/2, l = 3, j = 7/2.$$

$$\Delta T = -3a/2 \quad (\uparrow)$$

يوضح الشكل (2.16.3) حالة انقسام الخط الطيفي:

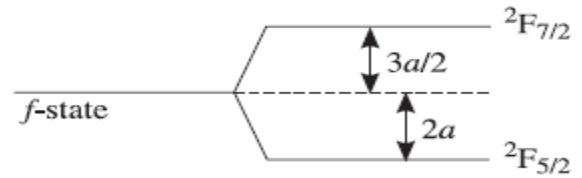


Fig. 2.16.3

(2.17) البنية الدقيقة لمستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين

Fine structure of Energy Levels in Hydrogen Atom

مما سبق ، نجد ان طاقة التفاعل المداري - الغزلي (2.16.9) تكون كما يلي

$$\Delta E_{ls} = \frac{1}{2} Rch\alpha^2 Z^4 \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{n^3 l(l + \frac{1}{2})(l+1)}, \quad l \neq 0 \quad \dots(2.17.1)$$

في حالة الذرة أحادية الإلكترون :

$$s = 1/2, j = l \oplus s = l \oplus 1/2 = l + 1/2 \quad \text{and} \quad l - 1/2.$$

لذلك،

$$\Delta E_{ls, j=l+1/2} = \frac{1}{2} Rch\alpha^2 Z^4 \frac{1}{n^3(l+\frac{1}{2})(l+1)} \quad \dots(2.17.2)$$

$$\Delta E_{ls, j=l-1/2} = -\frac{1}{2} Rch\alpha^2 Z^4 \frac{1}{n^3l(l+\frac{1}{2})} \quad \dots(2.17.3)$$

لا يكون هذا التفاعل هو المؤثر الوحيد الذي يساهم في البنية الدقيقة . ولكن هناك عاملان إضافة الى هذا التفاعل وهما :
التأثير النسبي الناتج عن زيادة كتلة الإلكترون وتأثير الطاقة الذاتية الناتجة من تفاعل الإلكترون مع مجاله
الكهرومغناطيسي . التغيير في الطاقة الناتج عن هذا العامل الأخير يعرف بانزياح لامب **Lamb shift**.

تسبب الزيادة النسبية في كتلة الإلكترون تغيرا في الطاقة مقداره:

$$\Delta E_r = -\frac{Rch\alpha^2 Z^4}{n^3} \left[\frac{1}{l+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right] \quad \dots(2.17.4)$$

وعليه، يكون الانزياح في الطاقة الكلية بسبب التفاعل المداري – الغزلي و التأثير النسبي عندما تكون

$$j = l + 1/2 \text{ يساوي}$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E_{ls} + \Delta E_r \\ &= \frac{Rch\alpha^2 Z^4}{n^3} \left[\frac{1}{2(l+\frac{1}{2})(l+1)} - \left(\frac{1}{l+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right] \\ &= -\frac{Rch\alpha^2 Z^4}{n^3} \left[\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right] \quad \dots(2.17.5) \end{aligned}$$

كما يكون التغيير في الطاقة الكلية للحالة $j = l - 1/2$ كما يلي

$$\Delta T = \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3} \left[\frac{1}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right] \quad \dots(2.17.6)$$

$$\text{حيث: } j = 1/2, 3/2, 5/2 \dots n - 1/2$$

تبين معاداة (2.17.6) ان لقيمة n المعطاة ، يعتمد حد التصحيح الكلي على z وينقسم كل مستوى له $l > 0$ الى
مستويين ، حيث يكون المستوى الأعلى في z له طاقة اعلى . لذلك ، تكون للمستويات التي لها نفس z ومختلفة في قيم

l نفس الطاقة . كمثل، تكون الحالات $(2^2S_{1/2}, 2^2P_{1/2})$ مستويات منحلة degenerate . وكذلك، تكون

المستويات $(3^2S_{1/2}, 3^2P_{1/2})$ منحلة، كذلك المستويات $(3^2P_{3/2}, 3^2D_{3/2})$ هي مستويات منحلة.

وعموماً، يمكن القول ان طاقة التفاعل المداري- الغزلي والتصحيحات النسبية قد تضاف الى بعضها بطريقة تجعل المستويات $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$ مستويات منحلة عند قيم $n = 2, 3, 4, \dots$.

في عام 1947، لاحظ العالمان لامب ورذرفورد ان هناك انفصال بمقدار 0.033 cm^{-1} بين طاقتي المستويين $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$ في ذرة الهيدروجين. وهذا الانزياح يعرف بانزياح لامب ويعزى سببه الى تفاعل الإلكترون مع مجاله الكهرومغناطيسي (الطاقة الذاتية).

لحساب مقدار التغير في طاقة المستوى ، نستخدم المعادلة (2.17.6) على النحو التالي:

عند $n=1$

المستوى : $^2S_{1/2}$ ، $l = 0, s = 1/2$ ، يكون

$$R\alpha^2 = 1.097 \times 10^5 \text{ cm}^{-1} \times (1/137)^2 = 5.84 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Delta T = \frac{5.84}{n^3} \left[\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right]$$

$$= 1.46 \text{ cm}^{-1}$$

مثال

احسب التغير في طاقة المستوى عند $n=2$ ؟.

الحل

$$n = 2, l = 0, 1, s = 1/2$$

وعليه ، ، عند $l = 0, j = 1/2$ ، عند $l = 1, j = 1/2, 3/2$ ،

لذلك، يوجد ثلاث حالات هي :

$$2^2S_{1/2}, 2^2P_{1/2}, 2^2P_{3/2}$$

من المعادلة ، نجد ان انزياح الحالات $^2S_{1/2}$, $^2P_{1/2}$ يكون بنفس المقدار ويساوي

$$\Delta T = \frac{5.84}{8} \left[\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} - \frac{3}{8} \right] = 0.456 \text{ cm}^{-1}$$

بينما يكون انزياح المستوى الثالث $2^2P_{3/2}$ بمقدار

$$\Delta T = \frac{5.84}{8} \left[\frac{1}{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}} - \frac{3}{8} \right] = 0.09125 \text{ cm}^{-1}$$

وهكذا يمكن متابعة حساب مقادير الانزياح في حالة $n=3$ ، حيث $l = 0,1,2$ و $s = \frac{1}{2}$ ونحصل على المستويات التالية

$$3^2S_{1/2}, 3^2P_{1/2}, 3^2P_{3/2}, 3^2D_{3/2}, 3^2D_{5/2}$$

تعطي المعادلة (2.17.6) مقادير التغير في الطاقة على النحو التالي

$$\Delta T_{j=1/2} = \frac{5.84}{27} \left[\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} - \frac{3}{12} \right] = 0.1622 \text{ cm}^{-1}$$

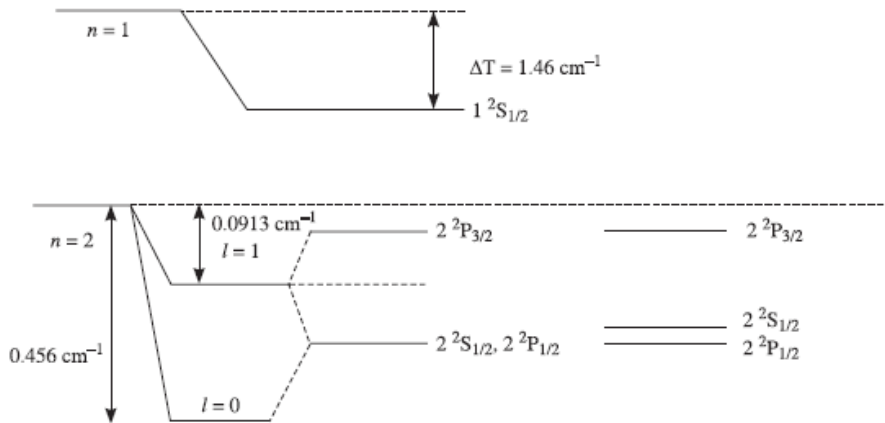
كذلك ،

$$\Delta T_{j=3/2} = \frac{5.84}{27} \left[\frac{1}{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}} - \frac{3}{12} \right] = 0.054 \text{ cm}^{-1}$$

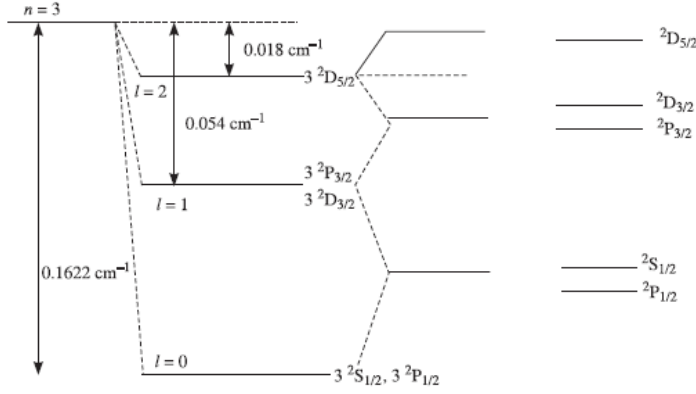
بينما يكون الانزياح في المستوى الأخير $3^2D_{5/2}$ كما يلي

$$\Delta T = -0.018 \text{ cm}^{-1}$$

يوضح الشكل (2.17.1) البنية الدقيقة لمستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين ذات الأرقام الكمية الرئيسية $n = 1,2,3$



(Relativistic + Spin orbit + Lamb shift)



شكل (2.17.1) البنية الدقيقة لمستويات طاقة ذرة الهيدروجين الثلاثة الأولى

(2.18) البنية الدقيقة لخط الطيف H_{α}

ينتج خط طيف الهيدروجين H_{α} عند قفز الإلكترون من $n = 3 \rightarrow n = 2$. كما تتحدد كل حالات الذرة بالإلكترون التكافؤ المنفرد. في حالة $n = 2$ ، يوجد مستويان فرعيان: $s (l=0)$, $p (l=1)$. عندما يكون الإلكترون في المستوى الفرعي $s (l=0)$ ، تكون ارقام الزخم الكمية الزاوية كما يلي

$$\begin{aligned} L &= l = 0 \\ S &= s = 1/2 \\ J &= L \oplus S = 0 \oplus 1/2 = 1/2 \end{aligned}$$

وهذا يقابل الحالة $2S_{1/2}$

بينما عندما يكون هذا الإلكترون في المستوى الفرعي $p (l=1)$ ، فإن ارقام الزخم الكمية الزاوية تكون كما يلي

$$\begin{aligned} L &= l = 1 \\ S &= s = 1/2 \\ J &= L \oplus S = 1 \oplus 1/2 = 3/2, 1/2 \end{aligned}$$

وهذا يقابل الحالات:

$$2P_{3/2}, 2P_{1/2}$$

عند $n=3$

يوجد ثلاث مستويات فرعية : s , p, d . لنعتبر كل مستوى فرعي على انفراد .

في حالة تواجد الإلكترون في المستوى الفرعي ($l=0$) :

$$L = l = 0$$

$$S = s = 1/2$$

$$J = L \oplus S = 0 \oplus 1/2 = 1/2$$

وهذا يقابل الحالة ${}^2S_{1/2}$

في حالة تواجد الإلكترون في المستوى الفرعي ($l=1$) :

$$L = l = 1$$

$$S = s = 1/2$$

$$J = L \oplus S = 1 \oplus 1/2 = 3/2, 1/2$$

وهذا يقابل الحالات ${}^2P_{3/2}, {}^2P_{1/2}$.

عندما يكون الإلكترون في المستوى الفرعي ($l=2$) :

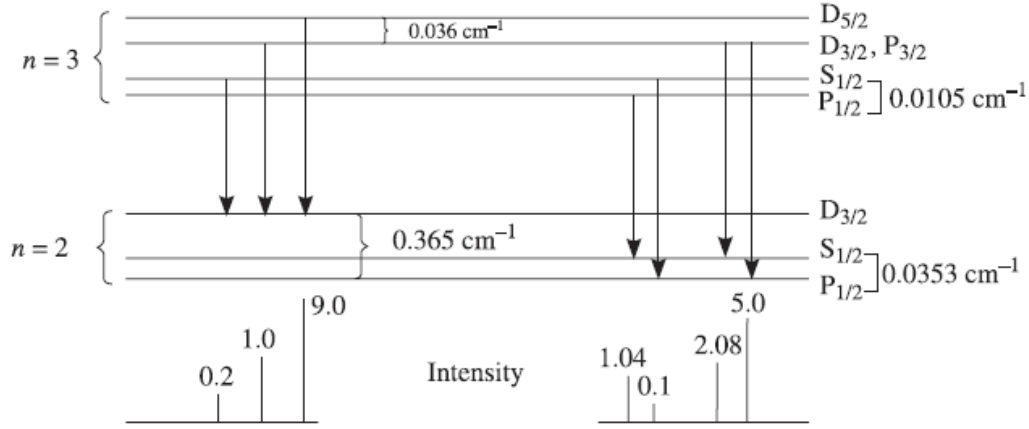
$$L = l = 2$$

$$S = s = 1/2$$

$$J = L \oplus S = 2 \oplus 1/2 = 5/2, 3/2.$$

هذا يقابل الحالات : ${}^2D_{5/2}, {}^2D_{3/2}$.

يبين الشكل (2.18.1) مستويات الطاقة المقابلة لقيم $n=3$, $n=2$



شكل (2.18.1) البنية الدقيقة لخط طيف H_{α} ($6563A^0$)

نلاحظ ان الحالة حيث قيمة J المنخفضة يكون لها طاقة اصغر من الحالة التي لها تكون قيمة J مرتفعة. كما تكون القفزات المسموحة هي التي تحقق قواعد الانتقاء التالية:

$$\Delta L = \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1$$

وهذه القواعد تسمح فقط بسبع قفزات للإلكترون من بين خمس عشرة قفزة ممكنة. وتكون هذه القفزات بدلالة الحدود الطيفية كما يلي

$${}^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}, \quad {}^2D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}, \quad {}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}, \quad {}^2D_{3/2} \rightarrow {}^2P_{3/2},$$

$${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}, \quad {}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}, \quad {}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}.$$

اكتشف لامب بالتعاون مع رذرفورد في عام 1947 ان في الذرة الشبيهة لذرة الهيدروجين ، لقيمة n المعطاة، تكون المستويات المتساوية في قيم J والمختلفة في L بمقدار الوحدة غير منحلة non- degenerate. كما اكتشف الفرق الضئيل (0.0353cm^{-1}) بين مستويات الطاقة $2^2S_{1/2}$ ، $2^2P_{1/2}$. كما لوحظ انزياح لامب بين المستويات $3^2S_{1/2}$ ، $3^2P_{1/2}$ بمقدار (0.01005cm^{-1}). وبسبب هذا الرقم الضئيل ، لا يمكن ملاحظة انزياح خطوط الطيف هذه.

(2.19) البنية الدقيقة لخطوط طيف الصوديوم - D

Fine structure of Sodium D lines

تنتج خطوط D في طيف الصوديوم عند قفز الإلكترون من المستويات $3p \rightarrow 3s$. عادة في الحالة الأرضية لذرة الصوديوم يكون الكترون التكافؤ مستقرا في المستوى $3s$. في هذه الحالة :

$$\begin{aligned} L &= l = 0 \\ S &= s = 1/2 \\ J &= L \oplus S = 0 \oplus 1/2 = 1/2 \end{aligned}$$

ويرمز للحالة الأرضية بالرمز $^2S_{1/2}$

وعند تهيج الكترون التكافؤ الى المستوى $3p$ ، تصبح هذه الأرقام كما يلي

$$\begin{aligned} L &= l = 1 \\ S &= s = 1/2 \\ J &= L \oplus S = 1 \oplus 1/2 = 3/2, 1/2 \end{aligned}$$

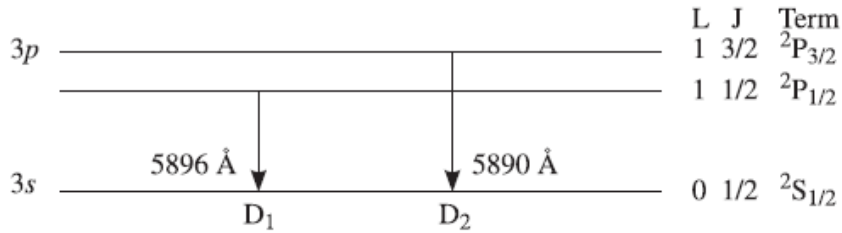
ويرمز لهذه الحالة :

$$^2P_{3/2}, ^2P_{1/2}$$

يوضح الشكل (2.19.1) مخطط مستويات الطاقة. نلاحظان هناك ثلاث قفزات ممكنة من المستوى العلوي الى المستوى السفلي. لكن قواعد الانتقاء

$$\Delta L = \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1$$

تسمح فقط بقفزتين، مما ينتج عن ذلك الخط الطيفي D_1 ($\lambda = 5896 \text{Å}$)، وينشئ هذا الخط من القفزة $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$. اما الخط الطيفي D_2 ($\lambda = 5890 \text{Å}$) ينتج من القفزة $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$.



شكل(2.19.1) البنية الدقيقة لطيف ذرة الصوديوم.

(2.20) طاقة التفاعل في اقتران L-S لذرة ثنائية التكافؤ الإلكتروني.

Interaction Energy in L-S coupling in Atom with Two Valence Electrons.

يوجد في هذه الذرة أربع زخوم زاوية هي: s_2, l_2, s_1, l_1 ، ولذلك يوجد ستة حدود لطاقة التفاعل مقابلة لستة ارتباطات بين هذه الزخم

وهي: $(s_1, s_2), (l_1, l_2), (l_1, s_1), (l_2, s_2), (l_1, s_2)$ and (l_2, s_1) .

تكون الصورة الرياضية لطاقة التفاعل Γ الناتجة عن الإقتران كما يلي $l-s$

$$\Gamma = -\Delta T_{ls} = a | \mathbf{l}_s \cdot \mathbf{s} | \cos(l, s) = \frac{a}{2} j^2 - l^2 - s^2 = \frac{a}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \quad \dots(2.20.1)$$

حيث

$$| \mathbf{l} | = \sqrt{l(l+1)}\hbar, | \mathbf{s} | = \sqrt{s(s+1)}\hbar, | \mathbf{j} | = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$

$$a = \frac{R\alpha^2 Z^2}{n^3 l(l + \frac{1}{2})(l+1)} \quad \dots(2.20.2)$$

من أجل التبسيط ، نقوم بتغيير الترميز كالتالي

$$l^* = \sqrt{l(l+1)}, \quad s^* = \sqrt{s(s+1)}, \quad j^* = \sqrt{j(j+1)}$$

$$L^* = \sqrt{L(L+1)}, \quad S^* = \sqrt{S(S+1)}, \quad J^* = \sqrt{J(J+1)}$$

حيث الموز المنجمة (*) تمثل مقادير الزخم الزاوية بوحددة \hbar . بدلالة هذه الكميات المنجمة ، يكون التعبير العام لطاقة التفاعل كما يلي

$$\Gamma = -\Delta T_{ls} = a l^* s^* \cos(l^*, s^*) = \frac{1}{2} a (j^{*2} - l^{*2} - s^{*2}) \quad \dots(2.20.3)$$

الآن يمكن التعبير عن طاقة التفاعل بين الكتروني التكافؤ كما يلي

$$\Gamma_1 = a_1 s_1^* s_2^* \cos(s_1^*, s_2^*) = \frac{a_1}{2} (S^{*2} - s_1^{*2} - s_2^{*2}) \quad \dots(2.20.4)$$

$$\Gamma_2 = a_2 l_1^* l_2^* \cos(l_1^*, l_2^*) = \frac{a_2}{2} (L^{*2} - l_1^{*2} - l_2^{*2}) \quad \dots(2.20.5)$$

$$\Gamma_3 = a_3 l_1^* s_1^* \cos(l_1^*, s_1^*) = \frac{a_3}{2} (j_1^{*2} - l_1^{*2} - s_1^{*2}) \quad \dots(2.20.6)$$

$$\Gamma_4 = a_4 l_2^* s_2^* \cos(l_2^*, s_2^*) = \frac{a_4}{2} (j_2^{*2} - l_2^{*2} - s_2^{*2}) \quad \dots(2.20.7)$$

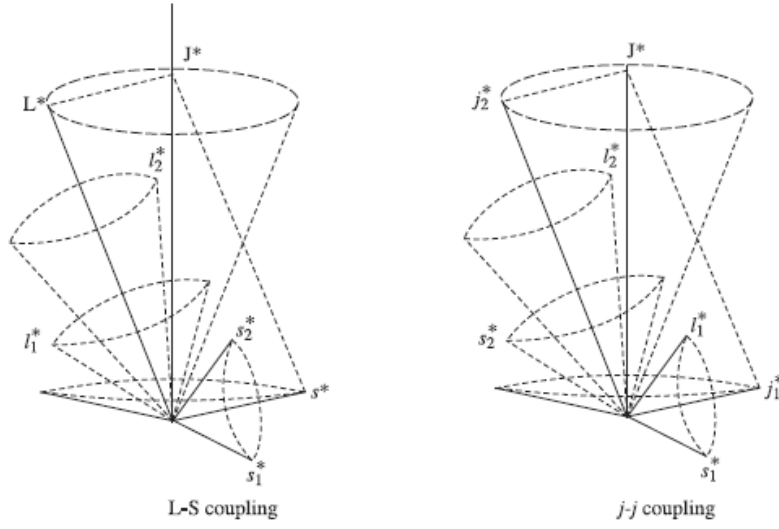
$$\Gamma_5 = a_5 l_1^* s_2^* \cos(l_1^*, s_2^*) = \frac{a_5}{2} (j_{12}^{*2} - l_1^{*2} - s_2^{*2}) \quad \dots(2.20.8)$$

$$\Gamma_6 = a_6 l_2^* s_1^* \cos(l_2^*, s_1^*) = \frac{a_6}{2} (j_{21}^{*2} - l_2^{*2} - s_1^{*2}) \quad \dots(2.20.9)$$

يمكن اهمال الحدود Γ_5, Γ_6 لصغر مقاديرها.

تكون تفاعلات الغزل - الغزل و تفاعلات المدار - المدار ذات طبيعة كهروستاتيكية بينما تفاعل المدار- الغزل يكون مغناطيسيا في الأصل.

في اقتران L-S ، تكون التفاعلات الكمية الميكانيكية المتبادلة بين متجهات الغزل (s_2, s_1) وبين (l_2, l_1) هي المهيمنة (السائدة) على تفاعلات المدار- الغزل بين l, s . يتبع ذلك ان المتجهات المدارية (l_2, l_1) تقوم بالحركة البدارية (غزل+ دوران) حول محصلتهما L . وبالمثل تعمل متجهات الغزل (s_2, s_1) . بسبب ضعف تفاعل المدار- الغزل ، تعمل المتجهات المحصلة L و S حركة بدارية (ترنحية) *precession motion* حول المحصلة J (الشكل 2.20.1) .



شكل (2.20.1)

هذا يعني ان Γ_1, Γ_2 تكون اكبر من Γ_3, Γ_4 . كما يمكن حساب الطاقات التفاعلية Γ_1, Γ_2 باستخدام المعادلات (2.20.4 - 2.20.5) .

لحساب Γ_3, Γ_4 نعمل على تحويل معادلتني (2.20.6) و (2.20.7) الى صورة مناسبة كالتالي

نفرض ان الزوايا بين (l_1, s_1) وبين (l_2, s_2) تتغير بشكل متصل، لذلك تعطى القيم المتوسطة لحدود جيب التمام كما يلي

$$\langle \cos(l_1^*, s_1^*) \rangle = \cos(l_1^*, L^*) \cos(L^*, S^*) \cos(S^*, s_1^*) \quad \dots(2.20.10)$$

$$\langle \cos(l_2^*, s_2^*) \rangle = \cos(l_2^*, L^*) \cos(L^*, S^*) \cos(S^*, s_2^*) \quad \dots(2.20.11)$$

إذا

$$\begin{aligned}
\Gamma_3 &= a_3 l_1^* s_1^* \cos(l_1^*, s_1^*) = a_3 l_1^* s_1^* \cos(l_1^*, L^*) \cos(L^*, S^*) \cos(S^*, s_1^*) \\
&= a_3 l_1^* s_1^* \left(\frac{L^{*2} + l_1^{*2} - l_2^{*2}}{2l_1^* L^*} \right) \left(\frac{J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}}{2L^* S^*} \right) \left(\frac{S^{*2} + s_1^{*2} - s_2^{*2}}{2s_1^* S^*} \right) \\
&= \frac{a_3}{8} \left[\left(\frac{L^{*2} + l_1^{*2} - l_2^{*2}}{L^{*2}} \right) \left(\frac{S^{*2} + s_1^{*2} - s_2^{*2}}{S^{*2}} \right) (J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}) \right]
\end{aligned}$$

بالمثل نجد ان:

$$\begin{aligned}
\Gamma_4 &= \frac{a_4}{8} \left[\left(\frac{L^{*2} + l_2^{*2} - l_1^{*2}}{L^{*2}} \right) \left(\frac{S^{*2} + s_2^{*2} - s_1^{*2}}{S^{*2}} \right) (J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}) \right] \\
\Gamma_3 + \Gamma_4 &= \frac{1}{2} \left[a_3 \left(\frac{S^{*2} + s_1^{*2} - s_2^{*2}}{2S^{*2}} \right) \left(\frac{L^{*2} + l_1^{*2} - l_2^{*2}}{2L^{*2}} \right) + a_4 \left(\frac{S^{*2} + s_2^{*2} - s_1^{*2}}{2S^{*2}} \right) \left(\frac{L^{*2} + l_2^{*2} - l_1^{*2}}{2L^{*2}} \right) \right] (J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}) \\
&= \frac{1}{2} [a_3 \alpha_3 + a_4 \alpha_4] (J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}) \\
&= \frac{A}{2} (J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}) \quad \dots(2.20.12)
\end{aligned}$$

حيث

$$A = a_3 \alpha_3 + a_4 \alpha_4 \quad \dots(2.20.13)$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{S^{*2} + s_1^{*2} - s_2^{*2}}{2S^{*2}} \right) \left(\frac{L^{*2} + l_1^{*2} - l_2^{*2}}{2L^{*2}} \right) \quad \dots(2.20.14)$$

$$\alpha_4 = \left(\frac{S^{*2} + s_2^{*2} - s_1^{*2}}{2S^{*2}} \right) \left(\frac{L^{*2} + l_2^{*2} - l_1^{*2}}{2L^{*2}} \right) \quad \dots(2.20.15)$$

وعليه ، تصبح قيمة الحد للحالة كما يلي

$$\begin{aligned}
T &= T_0 + \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4 \\
&= T_0 + \frac{a_1}{2} (S^{*2} - s_1^{*2} - s_2^{*2}) + \frac{a_2}{2} (L^{*2} - l_1^{*2} - l_2^{*2}) + \frac{A}{2} (J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}) \\
&\dots(2.20.16)
\end{aligned}$$

حيث T_0 المستوى المرجعي (الإفتراضي) لطاقة المستوى.

اعتمادا على أسس الميكانيكا الكمية ، برهن هايزنبرغ ان الحد ود a_1, a_2 تكون سالبة القيمة ، بينما الحدود a_3, a_4 تكون موجبة.

• انقسام هيئة sp في اقتران $L-S$

لهذه الهيئة (او النظام) ، نجد ان

$$\begin{aligned}
l_1 &= 0, l_2 = 1, s_1 = 1/2, s_2 = 1/2 . \\
L &= 0 \oplus 1 = 1, \\
S &= 1/2 \oplus 1/2 = 0, 1, \\
J &= L \oplus S
\end{aligned}$$

للحالة المنفردة : *singlet state*

$$(S = 0), J = 1 \oplus 0 = 1. \quad {}^1P_1.$$

الحالة الثلاثية : *Triplet state*

$$(S = 1), J = 1 \oplus 1 = 0, 1, 2. \quad {}^3P_{0,1,2}.$$

(i) للحالة المنفردة $S=0$:

حساب الطاقات التفاعلية $\Gamma_1 + \Gamma_2$

$$(S = 0, l_1 = 0, l_2 = 1, s_1 = 1/2, s_2 = 1/2)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= \frac{a_1}{2} (S^{*2} - s_1^{*2} - s_2^{*2}) \\ &= \frac{a_1}{2} (0.1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}) = -\frac{3a_1}{4}\end{aligned}$$

$$\Gamma_2 = \frac{a_2}{2} (L^{*2} - l_1^{*2} - l_2^{*2}) = \frac{a_2}{2} (1.2 - 0.1 - 1.2) = 0$$

من الجدير بالذكر ان كل هيئة تحوي على الكترون s - او $(l=0)$ ، تكون الطاقة التفاعلية $\Gamma_2 = 0$. برهنت الملاحظات العامة ان المستوى المنفرد يقع فوق المستوى الثلاثي المقابل له. هذا يعني ان المعامل a_1 يجب ان يكون سالبا. وهذا بينه هيزينبيرغ بالحسابات الكمية. لذلك،

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = -\frac{3a_1}{4}$$

أي ان المستوى المنفرد ينزاح الى اعلى عن المستوى المرجعي، وهذا ما ايده قاعده هاند: الحد الذي له تعددية اعلى (قيمة S اعلى) يجب ان يقع في مستوى اعلى وكذلك تقع الحدود ذات قيمة L الأكبر بشكل اعلى.

حسابات الطاقات التفاعلية $\Gamma_3 + \Gamma_4$

تكون المعاملات كما يلي:

$$\alpha_3 = \frac{S^{*2} + s_1^{*2} - s_2^{*2}}{2S^{*2}} \cdot \frac{L^{*2} + l_1^{*2} - l_2^{*2}}{2L^{*2}}, \quad \alpha_4 = \frac{S^{*2} + s_2^{*2} - s_1^{*2}}{2S^{*2}} \cdot \frac{L^{*2} + l_2^{*2} - l_1^{*2}}{2L^{*2}}$$

من الواضح ان $\alpha_3 = \alpha_4 = 0$ ، وعليه يكون $\Gamma_3 + \Gamma_4 = 0$. أي ان هذه الحالة لا تنقسم الى مكونات بسبب تفاعل المدار- الغزل.

(ii) للحالة الثلاثية $S=1$

$$\Gamma_1 = \frac{a_1}{4}, \quad \Gamma_2 = 0. \quad \therefore \Gamma_1 + \Gamma_2 = \frac{a_1}{4},$$

أي ان الحالة الثلاثية تنزاح الى أسفل بمقدار $a_1/4$ لأن a_1 سالب.

فيما يلي سنتناول حساب الانفصال في هذه الحالة بسبب التفاعل الدوران- الغزل

(i) $J = 0, L = 1, S = 1, {}^3P_0$

$$\Gamma_3 + \Gamma_4 = \frac{A}{2}(J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}) = \frac{A}{2}(0.1 - 1.2 - 1.2) = -2A = -a_4$$

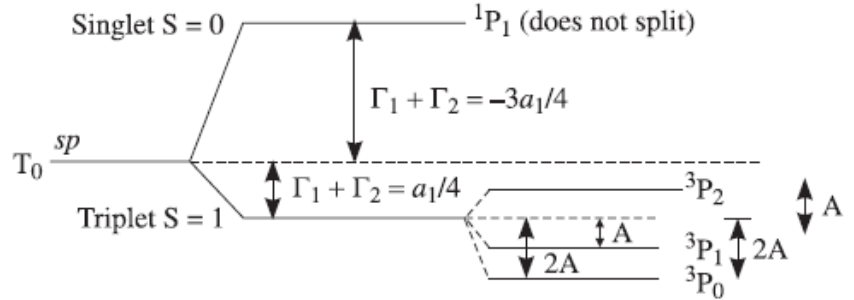
(ii) $J = 1, L = 1, S = 1, {}^3P_1$

$$\Gamma_3 + \Gamma_4 = \frac{A}{2}(J^{*2} - L^{*2} - S^{*2}) = \frac{A}{2}(1.2 - 1.2 - 1.2) = -A = -\frac{a_4}{2}$$

(iii) $J = 2, L = 1, S = 1, {}^3P_2$

$$\Gamma_3 + \Gamma_4 = \frac{A}{2}(2.3 - 1.2 - 1.2) = A = \frac{a_4}{2}, \quad a_3 \text{ and } a_4 \text{ are positive.}$$

الشكل (2.20.2) يوضح انفصال المستوى الثلاثي.



شكل (2.20.2)

(2.21) طاقة التفاعل في إقتران J-J للذرة ذات الكتروني تكافؤ

تكون طاقات التفاعل في اقتران j-j كالتالي

$$\Gamma_1 = a_1 s_1^* s_2^* \cos(s_1^* s_2^*) \quad \dots(2.21.1)$$

$$\Gamma_2 = a_2 l_1^* l_2^* \cos(l_1^* l_2^*) \quad \dots(2.21.2)$$

$$\Gamma_3 = a_3 l_1^* s_1^* \cos(l_1^* s_1^*) \quad \dots(2.21.3)$$

$$\Gamma_4 = a_4 l_2^* s_2^* \cos(l_2^* s_2^*) \quad \dots(2.21.4)$$

$$\Gamma_5 = a_5 l_1^* s_2^* \cos(l_1^* s_2^*) \quad \dots(2.21.5)$$

$$\Gamma_6 = a_6 l_2^* s_1^* \cos(l_2^* s_1^*) \quad \dots(2.21.6)$$

تكون الحدود Γ_5 و Γ_6 صغيرة بحيث يمكن اهمالها. كما يكون التفاعل المداري- الغزلي اكبر بكثير من تفاعل المدار- المدار ، لهذا تكون طاقات التفاعل Γ_3 و Γ_4 هي السائدة على الحدود Γ_1 و Γ_2 . كما تكون الزاوية بين s_1 و l_1 ثابتة، وكذلك الزاوية ما بين s_2 و l_2 تكون ثابتة أيضا لكن الزاوية بين l_1 و l_2 تتغير بشكل مستمر (متصل) ، وكذلك الزاوية بين s_1 و s_2 . لذلك نتعامل مع القيم المتوسطة لجيوب تمام هذه الزوايا كما يلي

$$\langle \cos(s_1 s_2) \rangle = \cos(s_1, j_1) \cos(j_1, j_2) \cos(j_2, s_2) \quad \dots(2.21.7)$$

$$\langle \cos(l_1, l_2) \rangle = \cos(l_1, j_1) \cos(j_1, j_2) \cos(j_2, l_2) \quad \dots(2.21.8)$$

الآن ،

$$\Gamma_1 = a_1 s_1^* s_2^* \left[\frac{j_1^{*2} + s_1^{*2} - l_1^{*2}}{2s_1^* j_1^*} \cos(j_1^* j_2^*) \frac{j_2^{*2} + s_2^{*2} - l_2^{*2}}{2s_2^* j_2^*} \right]$$

$$\Gamma_2 = a_2 l_1^* l_2^* \left[\frac{j_1^{*2} + l_1^{*2} - s_1^{*2}}{2l_1^* j_1^*} \cos(j_1^* j_2^*) \frac{j_2^{*2} + l_2^{*2} - s_2^{*2}}{2l_2^* j_2^*} \right]$$

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = \left[a_1 \frac{j_1^{*2} + s_1^{*2} - l_1^{*2}}{2j_1^*} \frac{j_2^{*2} + s_2^{*2} - l_2^{*2}}{2j_2^*} + a_2 \frac{j_1^{*2} + l_1^{*2} - s_1^{*2}}{2j_1^*} \frac{j_2^{*2} + l_2^{*2} - s_2^{*2}}{2j_2^*} \right] \cos(j_1^* j_2^*)$$

$$= \left[a_1 \frac{j_1^{*2} + s_1^{*2} - l_1^{*2}}{2j_1^{*2}} \frac{j_2^{*2} + s_2^{*2} - l_2^{*2}}{2j_2^{*2}} + a_2 \frac{j_1^{*2} + l_1^{*2} - s_1^{*2}}{2j_1^{*2}} \frac{j_2^{*2} + l_2^{*2} - s_2^{*2}}{2j_2^{*2}} \right] \frac{j^{*2} - j_1^{*2} - j_2^{*2}}{2}$$

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = \frac{B}{2} [j^{*2} - j_1^{*2} - j_2^{*2}] \quad \dots(2.21.9)$$

$$B = a_1 \left(\frac{j_1^{*2} + s_1^{*2} - l_1^{*2}}{2j_1^{*2}} \right) \left(\frac{j_2^{*2} + s_2^{*2} - l_2^{*2}}{2j_2^{*2}} \right) + a_2 \left(\frac{j_1^{*2} + l_1^{*2} - s_1^{*2}}{2j_1^{*2}} \right) \left(\frac{j_2^{*2} + l_2^{*2} - s_2^{*2}}{2j_2^{*2}} \right) \quad \dots(2.21.10)$$

او

$$B = a_1 \beta_1 + a_2 \beta_2 \quad \dots(2.21.11)$$

$$\beta_1 = \left(\frac{j_1^{*2} + s_1^{*2} - l_1^{*2}}{2j_1^{*2}} \right) \left(\frac{j_2^{*2} + s_2^{*2} - l_2^{*2}}{2j_2^{*2}} \right) \quad \dots(2.21.12)$$

$$\beta_2 = \left(\frac{j_1^{*2} + l_1^{*2} - s_1^{*2}}{2j_1^{*2}} \right) \left(\frac{j_2^{*2} + l_2^{*2} - s_2^{*2}}{2j_2^{*2}} \right) \quad \dots(2.21.13)$$

كما تكون طاقات التفاعل Γ_3 و Γ_4 بالصورة التالية

$$\Gamma_3 = a_3 l_1^* s_1^* \cos(l_1^* s_1^*) = \frac{a_3}{2} (j_1^{*2} - l_1^{*2} - s_1^{*2}) \quad \dots(2.21.14)$$

$$\Gamma_4 = a_4 l_2^* s_2^* \cos(l_2^* s_2^*) = \frac{a_4}{2} (j_2^{*2} - l_2^{*2} - s_2^{*2}) \quad \dots(2.21.15)$$

يكون الإنزياح الكلي :

$$\Delta T = \frac{1}{2}(a_1\beta_1 + a_2\beta_2)(J^{*2} - j_1^{*2} - j_2^{*2}) + \frac{a_3}{2}(j_1^{*2} - l_1^{*2} - s_1^{*2}) + \frac{a_4}{2}(j_2^{*2} - l_2^{*2} - s_2^{*2}) \quad \dots(2.21.16)$$

• طاقة التفاعل في هيئة sp (اقتران j- j) في هذه الحالة:

$$l_1 = 0, s_1 = 1/2, j_1 = 0 \oplus 1/2 = 1/2 .$$

$$l_2 = 1, s_2 = 1/2, j_2 = 1 \oplus 1/2 = 1/2, 3/2.$$

$$J = j_1 \oplus j_2$$

(i) $J = 1/2 \oplus 1/2 = 0, 1$
(ii) $J = 1/2 \oplus 3/2 = 1, 2.$

كما تكون الحدود الطيفية:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)_{0,1} \text{ and } \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)_{1,2}$$

كما تكون طاقات التفاعل للحد الأول والحد الثاني كما يلي:

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad \Gamma_3 + \Gamma_4 = \frac{a_3}{2}(j_1^{*2} - l_1^{*2} - s_1^{*2}) + \frac{a_4}{2}(j_2^{*2} - l_2^{*2} - s_2^{*2})$$

$$= \frac{a_3}{2}\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right) + \frac{a_4}{2}\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right) = -a_4$$

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), \quad \Gamma_3 + \Gamma_4 = \frac{a_4}{2}$$

(i) حساب $\Gamma_1 + \Gamma_2$ للحالة $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)_0$:

$$s_1 = 1/2, s_2 = 1/2, l_1 = 0, l_2 = 1, j_1 = 1/2, j_2 = 1/2, J = 0$$

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = \left[a_1 \frac{j_1^{*2} + s_1^{*2} - l_1^{*2}}{2j_1^{*2}} \frac{j_2^{*2} + s_2^{*2} - l_2^{*2}}{2j_2^{*2}} + a_2 \frac{j_1^{*2} + l_1^{*2} - s_1^{*2}}{2j_1^{*2}} \frac{j_2^{*2} + l_2^{*2} - s_2^{*2}}{2j_2^{*2}} \right] \left(\frac{J^{*2} - j_1^{*2} - j_2^{*2}}{2} \right)$$

$$= \frac{a_1}{4}$$

(ii) حساب $\Gamma_1 + \Gamma_2$ للحالة $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)_1$:

$$s_1 = 1/2, s_2 = 1/2, l_1 = 0, l_2 = 1, j_1 = 1/2, j_2 = 1/2, J = 1$$

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = -\frac{a_1}{12}, \quad a_1 \text{ is negative}$$

(iii) حساب $\Gamma_1 + \Gamma_2$ للحالة $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})_1$:

$$s_1 = 1/2, s_2 = 1/2, l_1 = 0, l_2 = 1, j_1 = 1/2, j_2 = 3/2, J = 1$$

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = -\frac{5a_1}{12}, \quad a_1 \text{ is negative.}$$

(iv) حساب $\Gamma_1 + \Gamma_2$ للحالة $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})_2$

$$s_1 = 1/2, s_2 = 1/2, l_1 = 0, l_2 = 1, j_1 = 1/2, j_2 = 3/2, J = 2$$

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = \frac{a_1}{4}, \quad a_1 \text{ is negative.}$$

يوضح الشكل (2.21.1) الحسابات السابقة ومخطط انقسام الحدود الطيفية.

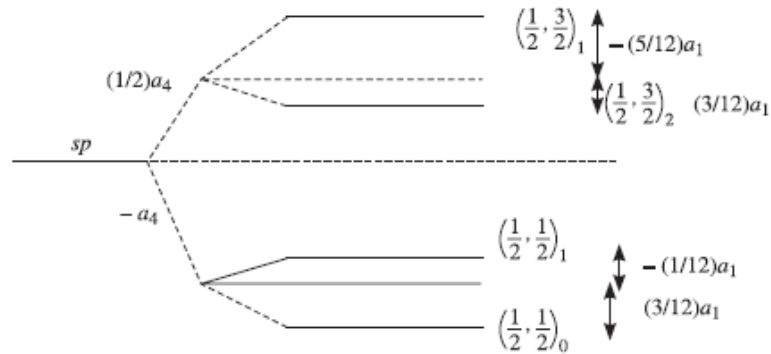


Fig. 2.21.1

(2.22) قاعدة فترة لاندي Lande Interval Rule

تعطى طاقة تفاعل المدار- الغزل كما يلي :

$$\Delta E_{L_S} = a \cdot L \cdot S,$$

حيث a ثابت . حيث ان L, S يعطى بالعلاقة التالية

$$L \cdot S = \frac{1}{2} [J^2 - L^2 - S^2] = \frac{1}{2} [J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)] h^2$$

لذلك ، تكون طاقة التفاعل هذه على النحو

$$\Delta E_{L_S} = \frac{a}{2} [J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)] h^2 = A [J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]$$

حيث A ثابت.

تتميز مستويات البنية الدقيقة بنفس قيم L و S لكن تختلف في قيم J . يكون فرق الطاقة بين مستويين من مستويات البنية الدقيقة المقابلة لقيمتين متتاليتين من قيم J ، على سبيل المثال $J, J+1$ ، كما يلي

$$E_{J+1} - E_J = A [(J+1)(J+2) - J(J+1)] = 2A [J+1]$$

هذا هو النص الرياضي لقاعدة فترة لاندي . كما يمكن صياغة النص النظري لهذه القاعدة على النحو التالي:

ان فترة الطاقة (التباعد) بين مستويات البنية الدقيقة المتعددة والمميزة بقيم $J, J+1$ تتناسب مع القيمة الأكبر لقيمتين من قيم J في هذه المستويات.

أمثلة

(1) جد حدود الطيف لذرة الهيدروجين ذات الكترون واحد في الرقم الرئيسي $n=3$ ؟

الحل

عند $n=3$ ، يكون

$$l = 0, 1, 2 \text{ and } s = 1/2.$$

وعليه ،

$$L = l = 0, 1, 2.$$

$$S = 1/2,$$

$$J = L \oplus S$$

$$= (0 \oplus 1/2), (1 \oplus 1/2), (2 \oplus 1/2)$$

$$= 1/2, (3/2, 1/2), (5/2, 3/2).$$

التعددية:

$$(L=0 \text{ ما عدا في حالة } L=0) \quad r = 2S + 1$$

$${}^2S_{1/2}, {}^2P_{1/2}, {}^2P_{3/2}, {}^2D_{3/2}, {}^2D_{5/2}.$$

الحدود الطيفية:

(2) اكتب الترميز الطيفي للحالات التالية:

$$(a) L = 0, S = 0, J = 0 \quad (b) L = 2, S = 0, J = 5/2, \quad (c) L = 3, S = 1/2, J = 5/2, \quad (d) L = 4, \\ S = 1, J = 5.$$

الحل:

$$(a) {}^1S_0, (b) {}^1D_2, (c) {}^2F_{5/2} (d) {}^3G_5.$$

(3) جد قيم S, L, J للحالات التالية:

$${}^1S_0, {}^3P_2, {}^2D_{3/2}, {}^5F_5, {}^6H_{5/2}.$$

الحل

State	L	$S = (r - 1)/2$	J
1S_0	0	0	0
3P_2	1	1	2
$^2D_{3/2}$	2	1/2	3/2
5F_5	3	2	5
$^6H_{5/2}$	5	5/2	5/2

(4) جد القيم المسموحة للزخم الزاوية الكلية للقشور الإلكترونية في الذرة ذات الحالات التالية:
 5D ، 4P ؟

الحل

State	r	$S = (r - 1)/2$	L	$J = L \oplus S$	$ J = \sqrt{J(J+1)}\hbar$
4P	4	3/2	1	5/2, 3/2, 1/2	$\frac{\sqrt{35}}{2}, \frac{\sqrt{15}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$
5D	5	2	2	4, 3, 2, 1, 0	$\sqrt{20}, \sqrt{12}, \sqrt{6}, \sqrt{2}, 0$

(5) جد الحدود الطيفية لذرات تملك إضافة إلى قشورا ممتلئة:

(a) الكترونين احدهما في s والآخر في p ؟

(b) الكترونين احدهما في p والآخر في d ؟

الحل

(a) يكون للإلكترون s : $l_1 = 0$ ، بينما يكون للإلكترون p : $l_1 = 1$. وعليه ،

$L = l_1 \oplus l_2$	$S = s_1 \oplus s_2$	$r = 2S + 1$	$J = L \oplus S$	Spectral Terms
$0 \oplus 1 = 1$	$1/2 \oplus 1/2$ $= 0, 1$	1, 3	$1 \oplus 0 = 1$ $1 \oplus 1 = 2, 1, 0$	1P_1 $^3P_2, ^3P_1, ^3P_0$

(b) يكون للإلكترون p : $l_1 = 1$. بينما يكون للإلكترون d : $l_2 = 2$. وعليه ،

$$L = 1 \oplus 2 = 1, 2, 3$$

$$S = 1/2 \oplus 1/2 = 0, 1$$

$$J = L \oplus S$$

- (i) $J = 1 \oplus 0 = 1, r = 2S + 1 = 1, {}^1P_1$
(ii) $J = 2 \oplus 0 = 2, r = 2S + 1 = 1, {}^1D_2$
(iii) $J = 3 \oplus 0 = 3, r = 2S + 1 = 1, {}^1F_3$
(iv) $J = 1 \oplus 1 = 2, 1, 0, r = 2S + 1 = 3, {}^3P_0, {}^3P_1, {}^3P_2$
(v) $J = 2 \oplus 1 = 3, 2, 1, r = 2S + 1 = 3, {}^3D_1, {}^3D_2, {}^3D_3$
(vi) $J = 3 \oplus 1 = 4, 3, 2, r = 2S + 1 = 3, {}^3F_2, {}^3F_3, {}^3F_4$.

(6) جد عدد أنواع الحدود المختلفة التي يمكن ان يمتلكها نظام من الكترونين متواجدين في المستويين d, f ؟

الحل

للإلكترون d : $l_1 = 2$ ، والكترون f : $l_2 = 3$ ، لذلك يكون

$$L = l_1 \oplus l_2 = 2 \oplus 3 = 5, 4, 3, 2, 1.$$

$$S = s_1 \oplus s_2 = 1/2 \oplus 1/2 = 0, 1$$

$$r = 2S + 1 = 1, 3.$$

$$J = L \oplus S$$

تكون الحدود المنفردة كما يلي:

- (i) $J = 5 \oplus 0 = 5$
(ii) $J = 4 \oplus 0 = 4$
(iii) $J = 3 \oplus 0 = 3$
(iv) $J = 2 \oplus 0 = 2$
(v) $J = 1 \oplus 0 = 1.$

كما تكون الحدود الثلاثية كما يلي

- (vi) $J = 5 \oplus 1 = 6, 5, 4.$
(vii) $J = 4 \oplus 1 = 5, 4, 3.$
(viii) $J = 3 \oplus 1 = 4, 3, 2.$
(ix) $J = 2 \oplus 1 = 3, 2, 1.$
(x) $J = 1 \oplus 1 = 2, 1, 0.$

(7) جد الحالة الأرضية لذرة مكونة من قشور فرعية مملوءة؟

الحل

تكون مركبة الزخم الزاوي المداري الكلي للذرة في اتجاه محور z- كما يلي

$$|L_z| = M_L \hbar$$

حيث يكون التجميع لكل الإلكترونات

$$M_L = \sum m_l$$

بينما تكون

$$m_l = -l, (-l + 1), \dots, -1, 0, 1, \dots, (l - 1), l$$

وعليه،

$$m_l = 0, L_z = 0 \rightarrow L = 0$$

بالمثل، يكون

$$|S_z| = M_S \hbar$$

حيث

$$M_S = \sum m_s$$

في القشرة الفرعية المغلقة، تكون الإلكترونات مزدوجة وغزل مضاد ولهذا نجد ان

$$M_S = \sum m_s = 0.$$

وهذا يعني ان $S=0$. وعليه تكون قيمة $J=0$. اذا ، الحالة الأرضية للذرة تمثل بحد طيفي 1S_0 .

(8) جد L, S, J بدلالة L, S, J . احسب القيمة الممكنة لهذا المقدار عند $L=1, S=1/2$ ؟

الحل

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

$$|\mathbf{J}|^2 = (\mathbf{L} + \mathbf{S}) \cdot (\mathbf{L} + \mathbf{S}) = |\mathbf{L}|^2 + 2\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + |\mathbf{S}|^2$$

$$\begin{aligned} \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} &= \frac{1}{2} (|\mathbf{J}|^2 - |\mathbf{L}|^2 - |\mathbf{S}|^2) \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{J}(\mathbf{J} + 1) - \mathbf{L}(\mathbf{L} + 1) - \mathbf{S}(\mathbf{S} + 1)] \hbar^2 \end{aligned}$$

عند

$$\mathbf{L} = 1, \mathbf{S} = 1/2, \mathbf{J} = \mathbf{L} \oplus \mathbf{S} = 1 \oplus 1/2 = 3/2, 1/2.$$

$$\text{For } \mathbf{J} = 3/2, \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{2} \hbar^2$$

$$\text{For } \mathbf{J} = 1/2, \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = -\frac{1}{2} \hbar^2$$

(9) جد الزاوية بين المتجهات \mathbf{L}, \mathbf{S} للحالة $^2P_{3/2}$ لذرة أحادية الإلكترون؟

الحل

$$\cos \theta = \frac{j^2 - l^2 - s^2}{2l^*s^*} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)s(s+1)}}$$

$$l = 1, s = 1/2, j = 3/2.$$

$$\cos \theta = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} - 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}}{2\sqrt{1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

(10) وضعت ذرة في الحالة $^2P_{3/2}$ في مجال مغناطيسي شدة 0.1 W/m^2 . جد معامل g ، فرق الطاقة بين مستويين متجاورين بعد الانقسام وتردد لارمور المغزلي؟

الحل

يكون لهذه الحالة الكميات التالية

$$\mathbf{L} = 0, \mathbf{S} = 1/2, \mathbf{J} = 3/2, g = 4/3.$$

وقيم $M_j = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$ ، أي يفصل هذا المستوى الى اربع مستويات فرعية. يكون التباعد بين مستويين فرعيين متجاورين كما يلي

$$\Delta E = g\mu_B B = \frac{4}{3} \times (0.1 \text{ Wb/m}^2) \mu_B = 0.133\mu_B$$

$$\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T.}$$

كما ان تردد لارمور هو

$$\nu_L = \frac{eB}{4\pi m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 0.1 \text{ Wb/m}^2}{4 \times 3.14 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 1.4 \times 10^9 \text{ Hz.}$$

(11) جد التباعد الأعظم لشعاع من ذرات الهيدروجين التي تتحرك مسافة 20 cm بسرعة $2 \times 10^5 \text{ m/s}$ متعامدة مع مجال مغناطيسي تحدره $2 \times 10^2 \text{ T/m}$ (مع اهمال عزم البروتون المغناطيسي)؟

الحل

مركبة العزم المغناطيسي في اتجاه المجال:

$$\mu_z = -g_s \left(\frac{e}{2m} \right) m_s \hbar = -2 \left(\frac{e\hbar}{2m} \right) m_s = -2\mu_B \left(\frac{1}{2} \right) = -\mu_B$$

القوة المؤثرة على الذرة :

$$|F_z| = \mu_z \frac{dB}{dz} = \mu_B \frac{dB}{dz} = (9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(2 \times 10^2 \text{ T/m})$$

$$= 1.85 \times 10^{-21} \text{ N}$$

إزاحة الشعاع :

$$\Delta z = \pm \frac{1}{2} a_z t^2 = \pm \frac{1}{2} \left(\frac{F_z}{m} \right) \left(\frac{l}{v} \right)^2$$

$$= \pm \frac{1}{2} \left(\frac{1.85 \times 10^{-21} \text{ N}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}} \right) \left(\frac{0.20 \text{ m}}{2 \times 10^5 \text{ m/s}} \right)^2$$

$$= 5.54 \times 10^{-7} \text{ m}$$

التفريق (التباعد) الكلي:

$$\text{Total separation} = 2 \Delta z = 1.11 \times 10^{-6} \text{ m.}$$

(12) احسب مقادير الزخم الزاوية المدارية والغزلية والزخم الزاوي الكلي ، والزاوية بين s , l للإلكترون p في ذرة أحادية الإلكترون؟

الحل

لهذا الإلكترون يكون

$$l = 1, s = 1/2.$$

وعليه ،

$$|l| = \sqrt{l(l+1)} \hbar = \sqrt{2} \hbar, \quad |s| = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \sqrt{\frac{3}{4}} \hbar$$

$$j = l \oplus s = 1 \oplus \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$$

$$|j| = \sqrt{j(j+1)} \hbar = \sqrt{\frac{3}{4}} \hbar, \quad \sqrt{\frac{15}{4}} \hbar$$

اما الزاوية بين المتجهين l, s :

$$\cos \theta = \frac{|j|^2 - |l|^2 - |s|^2}{2|l||s|} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)}\sqrt{s(s+1)}}$$

بتعويض قيم j, s, l نحصل على التالي

$$\text{For } l = 1, s = 1/2, j = 3/2. \quad \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{6}}, \quad \theta = 66^\circ$$

$$\text{For } l = 1, s = 1/2, j = 1/2 \quad \cos \theta = -2\sqrt{\frac{1}{6}}, \quad \theta = 145^\circ.$$

(13) احسب الترتيبات الممكنة لمتجه الغزل s للإلكترون موضوع في مجال مغناطيسي شدته $0.5 T$. ثم احسب التباعد بين مستويات

الطاقة؟

الحل

مقدار متجه الغزل :

$$|s| = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2} + 1)} \hbar = \sqrt{\frac{3}{4}} \hbar$$

مركبة هذا المتجه في اتجاه المجال المغناطيسي:

$$s_z = s \cos \theta = \pm \frac{1}{2} \hbar$$

$$\cos \theta = \frac{s_z}{|s|} = \frac{\pm \frac{1}{2} \hbar}{\sqrt{\frac{3}{4}} \hbar} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, \Rightarrow \theta = 54.7^\circ \text{ and } \theta = 125.3^\circ$$

في المجال المغناطيسي، ينقسم مستوى الطاقة الى مركبتين متباعدتين بمقدار:

$$\Delta E = 2g \mu_B B = 2 \times 2 \times (0.5) \mu_B = 2 \mu_B.$$

(14) برهن ان في حالة ذرة الهيدروجين (احادية الإلكترون) يكون فرق الطاقة بين مزدوج المدار-الغزل في الحد الطيفي يساوي

$$\Delta T = 5.84 \frac{Z^4}{n^3 l(l+1)}$$

الحل

تعطى قيمة الحد لطاقة تفاعل المدار - الغزل بالعلاقة:

$$\Delta T_{ls} = \frac{-\Delta E_{ls}}{hc} = -\frac{R\alpha^2 Z^4}{2n^3 l(l+\frac{1}{2})(l+1)} [j^{*2} - l^{*2} - s^{*2}]$$

في ذرة أحادية الإلكترون،

$$s = 1/2, \quad j = l \oplus s = l \pm 1/2.$$

في الحالة (+):

$$\text{For } j = l + 1/2, \quad j^{*2} - l^{*2} - s^{*2} = l$$

اما في الحالة (-)

$$j = l - 1/2, \quad j^{*2} - l^{*2} - s^{*2} = -(l+1)$$

وعليه، يكون التغير في الطاقة لكل حالة:

$$[\Delta T_{ls}]_{j=l+1/2} = -\frac{R\alpha^2 Z^4}{2n^3 (l+\frac{1}{2})(l+1)}$$

$$[\Delta T_{ls}]_{j=l-1/2} = \frac{R\alpha^2 Z^4}{2n^3 l(l + \frac{1}{2})}$$

بالتالي ، يكون تباعد المزدوج *doublet*

$$\delta(\Delta T_{ls}) = \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3 l(l+1)} = 584 \frac{Z^4}{n^3 l(l+1)} \text{ m}^{-1} = 5.84 \frac{Z^4}{n^3 l(l+1)} \text{ cm}^{-1}$$

نلاحظ ان هذا التباعد يساوي الصفر في حالة $l=0$ (حالة *s*).

(15) اذا كان الانقسام المزدوج للحالة الاستثارة الأولى لذرة الهيليوم ($2^2 P_{3/2} - 2^2 P_{1/2}$) يساوي 5.84 cm^{-1} . احسب التباعد المقابل لذرة الهيدروجين؟

الحل

نستخدم علاقة الإنقسام المزدوج (التباعد الحدي) لحالة ذرة الهيدروجين الناتج عن تفاعل المدار- الغزل :

$$\delta(\Delta T) = \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3 l(l+1)}$$

بما ان :

$$\delta(\Delta T) \propto Z^4$$

فان

$$\frac{\delta(\Delta T)_H}{\delta(\Delta T)_{\text{He}^+}} = \frac{Z_H^4}{Z_{\text{He}^+}^4} = \frac{1}{2^4} \Rightarrow \delta(\Delta T)_H = \frac{\delta(\Delta T)_{\text{He}}}{16} = \frac{5.84}{16} \text{ cm}^{-1} = 0.365 \text{ cm}^{-1}.$$

(16) احسب الانقسام الناتج عن التفاعل المداري- الغزلي لمستوى مقابل $n=2, l=1$ لذرة الهيدروجين؟

الحل

$$\delta(\Delta T) = 5.84 \frac{Z^4}{n^3 l(l+1)} \text{cm}^{-1} = \frac{5.84 \times 1}{8 \times 1(1+1)} \text{cm}^{-1} = 0.365 \text{cm}^{-1}.$$

(17) اكتب الحدود الطيفية لذرة كربون في الحالة الطبيعية والمستثارة، ثم بين القفزات المسموحة؟

الحل

في الحالة الطبيعية لذرة الكربون (6C) ، تكون المستويات الفرعية كما يلي

$$1s^2 \quad 2s^2 \quad 2p^2$$

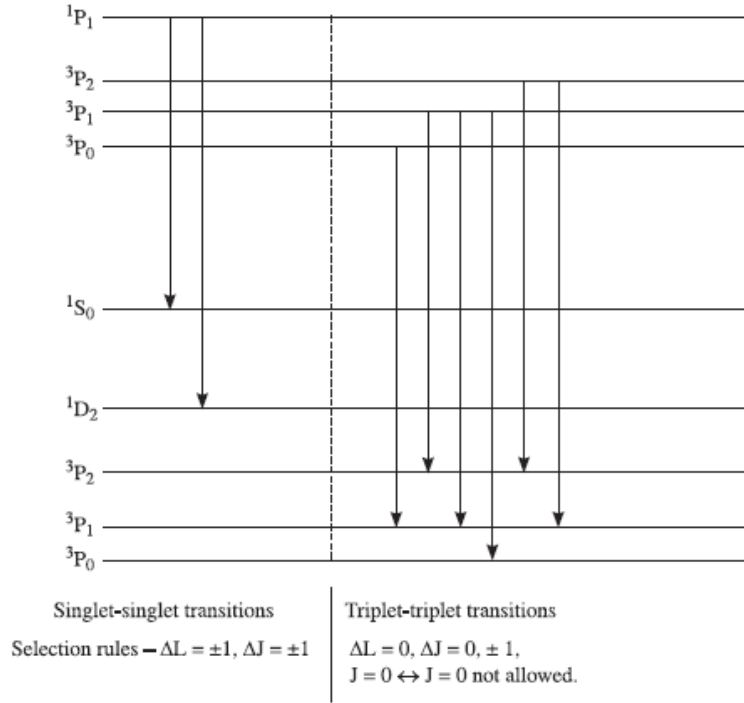
أي، يكون لذرة الكربون في المستوى الأخير الكترونان ضوئيان متكافئان.
كما تكون الحدود الطيفية كالتالي:

$${}^3P_0, {}^3P_1, {}^3P_2, {}^1D_2, {}^1S_0$$

في الحالة المستثارة ($2p, 3s$) ، تكون الحدود الطيفية :

$${}^3P_0, {}^3P_1, {}^3P_2, {}^1P_1$$

الشكل (E.17) يوضح القفزات المسموح بها.



الشكل (E-17)

(18) في الذرات التي تخضع لإقتران $L-S$ ، تكون مكونات الحالة الثلاثية الطبيعية المتجاورة متباعدة (متفرقة) بالمقادير التالية $20 \text{ cm}^{-1}, 40 \text{ cm}^{-1}$. كما يوجد حالة اعلى يكون فيها التباعد بمقادير $22 \text{ cm}^{-1}, 33 \text{ cm}^{-1}$ على الترتيب. جد الحدود للحالتين ، ثم بين بإستعمال مخطط مستوى الطاقة القفزات المسموح بها ونموذج الطيف.

الحل

نحسب أولا L, S, J الحالة الثلاثية السفلى:

لنفرض قيم J في هذه الحالة هي $J, J+1, J+2$. وفقا لقاعدة فترة لاندي ، يكون

$$\frac{J+1}{J+2} = \frac{20}{40}$$

من هذا نحصل على $J=0$. لذلك ، تكون قيم J لهذه الحالة : $J=0, 1, 2$

الآن تكون قيم J كما يلي

$$|L - S|, |L - S| + 1, \dots, (L + S)$$

وهذا يتضمن:

$$|L - S| = 0 \text{ and } L + S = 2.$$

وهنا يوجد الحالتين التاليتين:

- (i) Let $L > S$, then $L - S = 0$ and $L + S = 2$. This gives $L = 1$ and $S = 1$ and multiplicity $r = 2S + 1 = 3$ (triplet). The states are ${}^3P_{0, 1, 2}$.
- (ii) Let $S > L$, then $S - L = 0$ and $L + S = 2$. This gives $L = 1$, and $S = 1$.

حساب L, S, J للحالات الأعلى :

حسب قاعدة لاندي فإن

$$\frac{J + 1}{J + 2} = \frac{22}{33}.$$

هذا يعطي $J = 1$

. لذلك تكون قيم J للحالات المتتالية للمستويات الأعلى هي $J = 1, 2, 3$.

حيث ان قيم J تعطى كما يلي :

$$|L - S|, \dots, L + S$$

فإنه يوحد الشرطان التاليان: (i)

$$\text{If } L > S \text{ then } |L - S| = 1 \text{ and } L + S = 3.$$

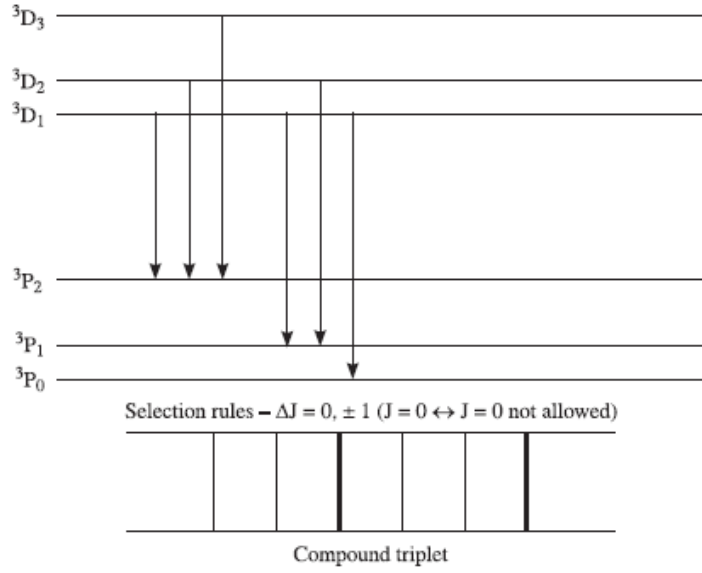
من هذه المعادلات ، نحصل على $L = 2, S = 1$. ويكون لدينا الحالات *states* التالية:

$${}^3D_{1,2,3}$$

$$\text{If } S > L \text{ then } S - L = 1 \text{ and } L + S = 3. \quad (iii)$$

ومن هذه المعادلات، نحصل على $L = 1, S = 2$ وهذا يعطي الحالة الأعلى هي الحالة الثلاثية ($S = 1$) . هكذا تكون هذه الحالة غير موجودة.

يوضح الشكل (E-18) القفزات المسموحة ونموذج الطيف .



شكل (E-18)

(19) بافتراض اقتران $j-j$ اشتق الحدود الطيفية لهيئة $4p4d$ ؟

الحل

For p electron: $l_1 = 1, s_1 = 1/2, j_1 = 1/2, 3/2$.

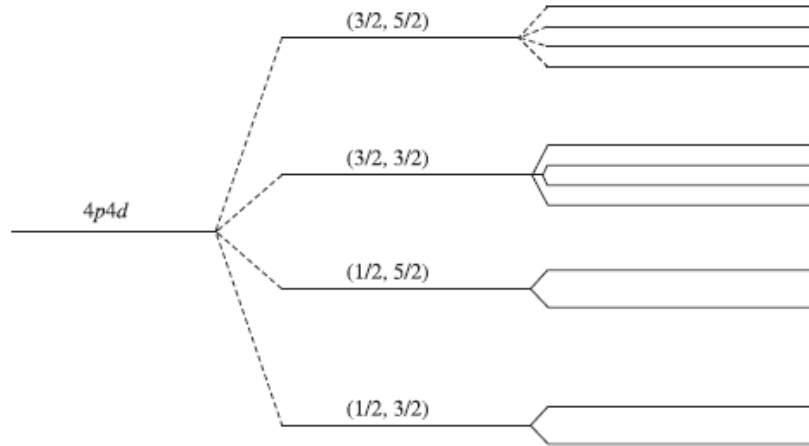
For d electron: $l_2 = 2, s_2 = 1/2, j_2 = 3/2, 5/2$.

يكون الارتباط الممكن بين j_1, j_2 هو:

$$(1/2, 3/2), (1/2, 5/2), (3/2, 3/2), (3/2, 5/2).$$

يقع المستوى $(1/2, 3/2)$ في الأسفل، بينما يقع المستوى في الأعلى $(3/2, 5/2)$. وينقسم كل من المستويات الأربعة بسبب التفاعل الكهروستاتيكي وارتباط الغزل-الغزل $spin-spin correlation$ الى عدد من مستويات J . وتكون قيم J لهذه المستويات الأربعة كما يلي (كما في الشكل E-20)

$$\begin{aligned} (1/2, 3/2) & J = 1, 2 \\ (1/2, 5/2) & J = 2, 3 \\ (3/2, 3/2) & J = 0, 1, 2, 3. \\ (3/2, 5/2) & J = 1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

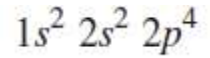


شكل (E-20)

(20) اشتق الحدود الطيفية لذرة الأوكسجين في الحالة الطبيعية؟

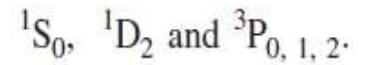
الحل

يكون التوزيعات الإلكترونية والمستويات الفرعية لذرة الأوكسجين كما يلي



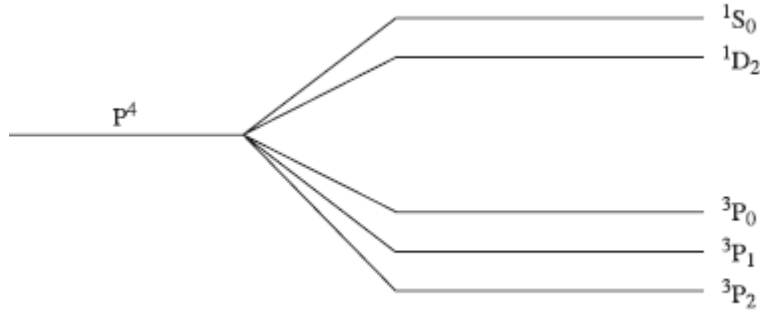
كما يكون الحدود في هيئة p^4 هي نفس الحدود في هيئة p^2

اما الحدود الطيفية :



وحسب قاعدة هاند ، تقع الحدود التي لها أعلى تعددية في الأسفل. وهذه الحدود : $^3P_{0, 1, 2}$:

بما ان القشور الفرعية التكافؤية تكون مملوءة بأكثر من النصف ، لذلك تكون الحدود الثلاثية معكوسة (الشكل E-20).



شكل E-20

تمارين

(1) احسب معامل g لمستويات الطاقة التالية: $^1S_0, ^1P_1, ^2S_{1/2}, ^2P_{3/2}$.

(2) جد الزاوية بين المتجهين l, s في الحالات $^2P_{3/2}, ^2D_{5/2}$ لنظام احادي الإلكترون؟

(3) جد الحالات المختلفة في الزخم الزاوي لنظام (هيئة) مكونة من $d-s$ الكترون في حالة اقتران L-S و اقتران $j-z$ في الحالة الأرضية؟

(4) جد العزم المغناطيسي للحالة الأرضية لذرة كلور Cl في حالة $^2P_{3/2}$ ؟

(5) احسب قيم كل من l, s, j لإلكترون في حالة d لذرة الصوديوم؟

(6) اذا كانت الأرقام الكمية لإلكترونين في ذرة ثنائية التكافؤ هي:

$$n_1 = 6, l_1 = 3, s_1 = 1/2$$

$$n_2 = 5, l_2 = 1, s_2 = 1/2.$$

باعتبار (i) اقتران L-S جد قيم L, J الممكنة. (ii) اقتران $j-z$ جد قيم J الممكنة؟

(7) احسب الحدود الطيفية الناتجة عن هيئة p^2 في حالة اقتران L-S؟

(8) احسب طاقة الحالات لهيئة p^2 في حالة اقتران $j-z$ ؟

(9) (a) اذا كان الكترون التكافؤ في ذرة الليثيوم في المدار الرئيسي $n=3$ ، جد زخم هذا الإلكترون في هذه الحالة؟

(b) لهيئة p^2 في حالة اقتران L-S، نحصل على الحالات التالية: $^1S_0, ^1D_2$, and $^3P_{0, 1, 2}$ حدد أي حالة تكون في الحالة الأرضية؟

(c) بين القفزات الممنوعة في حالات القفز التالية:

$${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}, {}^1S_0 \rightarrow {}^1D_2, {}^1P_1 \rightarrow {}^1D_2, {}^3S_1 \rightarrow {}^3P_0$$

$$[\text{Ans. } {}^1S_0 \rightarrow {}^1D_2 \text{ (Selection rules: } \Delta L = \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1)]$$

(10) من هيئة الكترونين تم الحصول على حالة 3F_4 . جد العزم المغناطيسي للذرة لهذه الحالة

$$[\text{Ans. } \frac{5\sqrt{5}}{2} \mu_B, \mu_B = \frac{eh}{2m} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}]$$

(11) باستخدام مخطط برايت اشتق الحدود الطيفية الناتجة من هيئة p^2 في اقتران $L-S$.

(12) اكتب الحدود المسموحة لذرة تملك، بالإضافة لقشور فرعية مملوءة، الكترونين في حالة p مختلفة في الأرقام الكمية الرئيسية؟

$$[\text{Ans. } {}^1D_2, {}^1P_1, {}^1S_0, {}^3D_{1,2,3}, {}^3P_{0,1,2}, {}^3S_1]$$

(13) يتألف الحد D من خمس مكونات، جد تعددية هذا الحد. (الجواب: 5, 6, 7...)

(14) جد التعدديات الممكنة للحدود: $S_0, P_2, D_{3/2}, F_{1/2}$.

(15) جد الحدود الممكنة لذرة بهيئة على النحو التالي:

$$(i) 2s^2 \quad (ii) 2p3s$$

$$[\text{Ans. (i) } {}^1S_0 \text{ (ii) } {}^1P_1, {}^3P_2, {}^3P_1, {}^3P_0]$$

(16) اذا كان الزخم الزاوي الكلي لذرة في حالة ذات تعددية مقدارها 4 يساوي: $|J| = \sqrt{63}/2 \hbar$ ، جد قيم L لهذه الحالة؟
(الجواب: $L=2, 3, 4, 5$).

(17) اذا كان الكترون التكافؤ في ذرة الصوديوم في الحالة $n=4$. وكانت قيم باقي الأرقام الكمية بحيث تعطي القيمة العظمى للزخم الزاوي الكلي $|J|$. جد عزم الذرة المغناطيسي. [الجواب:

$$: n = 4, l = 0, 1, 2, 3, L_{\max} = 3, S_{\max} = 1/2, J_{\max} = 7/2, g = 8/7. \text{ Hence } \mu = \frac{4\sqrt{63}}{7} \mu_B.]$$

(18) ذرة كربون في بهيئة الكترونية: $1s^2 2s^2 2p 3d$ لها زخم زاوي كلي اعظمي، جد العزم المغناطيسي للذرة في هذه الحالة؟

(19) وضعت ذرة في مجال مغناطيسي شدة 1.0 T، اذا كانت هذه الذرة في الحالات التالية على الترتيب: (i) 1P (ii) ${}^2D_{5/2}$.

جد الإنقسام الكلي بدلالة الإلكترون- فولت.؟

[الأجوبة:

(i) $J = 1, g = 1$. This state splits into three components.

$$\Delta E = 2 g \mu_B B = 1.6 \times 10^{-4} \text{eV}$$

(ii) $J = 5/2, g = 6/5$. This state splits into six components.

$$\Delta E = 5 g \mu_B B = 3.47 \times 10^{-4} \text{eV}].$$

(20) اكتب الهيئة الإلكترونية لذرة لها $Z=21$. عين قيم l, s, j, L, S, J للإلكترون في الحالة الأرضية.؟

(الإرشاد: التوزيع الإلكتروني $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^1$, للإلكترون في حالة $3d$

$$n = 3, l = 2, s = \pm 1/2. \text{ Hence } j = 2 \pm 1/2 = 5/2, 3/2.$$

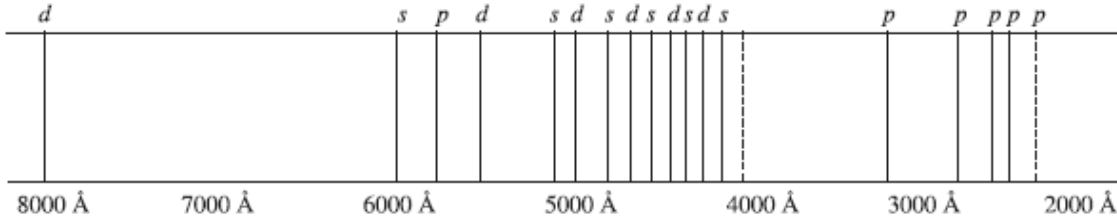
$$L = l \oplus s = 5/2, 3/2, S = 1/2, J = L \oplus S = 3/2 \oplus 1/2 \text{ and } 5/2 \oplus 1/2$$

نتناول في هذا الفصل دراسة خصائص الطيف الانبعاث للمعادن القلوية ومستويات الطاقة، كما ندرس السلاسل الطيفية لذرات العناصر القلوية. وكذلك نتناول التركيب الدقيق لخطوط هذه السلاسل وشدة الخطوط الطيفية. ونعرض كمثال على ذلك طيف ذرة الهيليوم.

(3.1) خصائص الطيف للمعادن القلوية:

كما في طيف ذرة الهيدروجين يتألف الطيف الانبعاث للمعادن القلوية من خطوط منفصلة discrete lines. في القرن التاسع عشر، استطاع علماء المطيافية من تمييز اربعة انواع من سلسلة خطوط طيف المعادن القلوية. وهذه السلاسل هي كما يلي: السلسلة الرئيسية Principal Series، السلسلة الحادة Sharp series، السلسلة المنتشرة Diffuse series، السلسلة الأصولية Fundamental (Bergmann) Series . يبين (الشكل 3.1.1) هذه السلاسل وحدود طول موجاتها (الخط المنقط) لطيف الصوديوم الخطي: حيث

P: السلسلة الرئيسية ، s السلسلة الحادة ، d السلسلة المنتشرة



الشكل (3.1.1) الطيف الخطي للصوديوم

(3.2) مستويات الطاقة للمعادن القلوية

تبين المقارنة بين مستويات طاقة المعادن القلوية بتلك التي لذرة الهيدروجين ان مستويات الطاقة في المعادن ذات قيم l العالية (مثل حالات d, f) تساوي تقريبا المكافئة لها في ذرة الهيدروجين ولكن يوجد تناقض معتبر في حالة المستويات ذات قيم l المنخفضة (مثل حالات S, P). ويمكن ملاحظة ذلك في مخطط مستويات الطاقة. يمكن تفسير هذا التناقض باستخدام قانون جاوس Gauss's law والاحتمالية الشعاعية Radial probability للإلكترون التكافؤ باعتبار ذرة الصوديوم كمثال على ذلك. حيث يكون التوزيع الإلكتروني في مستويات الطاقة لذرة الصوديوم كالتالي:

، كما يكون المجال الكهربائي الناجم عن النواة المكونة من 11 بروتون والنتائج أيضا من

10 إلكترونات متواجدة في القشور الفرعية الداخلية المغلقة كالتالي

، حيث q_{eff} تمثل الشحنة الصافية التي يحصرها سطح جاوس وتكون بمقدار يساوي

$$E = (1/4\pi\epsilon_0) (q_{eff}/r^2)$$

لهذا، يمكن القول ان الكترون التكافؤ لذرة الصوديوم يتأثر بالمجال الكهربائي من شحنة نووية فعالة مقدارها $+e$. وبعبارة أخرى، يمكن القول ان الإلكترونات العشرة في هذه القشور الفرعية المغلقة تحجب عشرة من بروتونات النواة. وعليه، يكون. في هذا النموذج، سيكون جهد التأين لذرة الصوديوم كما يلي

$$I = \frac{RchZ_{eff}^2}{n^2} = \frac{(13.6\text{eV}) \times 1}{3^2} = 1.5 \text{ eV.}$$

نلاحظ ان قيمة جهد التأين يكون اقل من القيمة التجريبية (5.1eV). من اجل إزالة هذا التناقض الكبير مع الاحتفاظ بالرغم الكمي الرئيسي دون تغيير، تم ادخال حد جديد يعرف **الخلل الكمي quantum defect** ويرمز له Δ ، في الصيغة المعبرة عن طاقة الإلكترون. أي ان، استعمال هذه الفكرة يفسر الزيادة في طاقة ربط الإلكترون *binding energy* وعليه يمكن كتابة الصورة الرياضية لطاقة الكترون التكافؤ كما يلي

$$E = -\frac{Rch}{(n-\Delta)^2} = -\frac{Rch}{n_{eff}^2} \quad \text{or} \quad T = \frac{R}{(n-\Delta)^2} = \frac{R}{n_{eff}^2} \quad \dots(3.2.1)$$

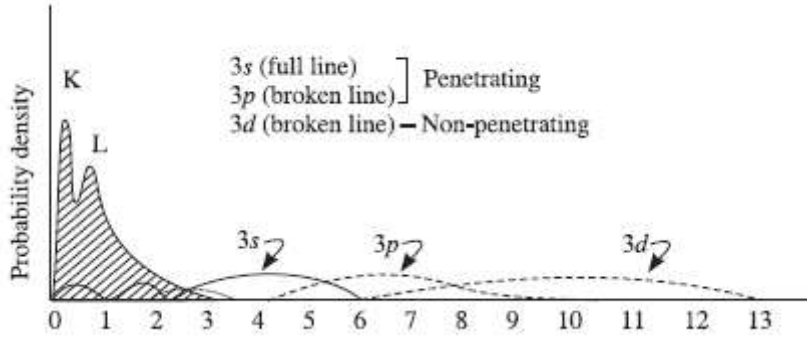
حيث تعتمد قيمة Δ على قيمة l لهذا الإلكترون واعظم قيمة لها تكون في الحالة $(l=0)$. يمثل الخلل الكمي مقياس مدى اختراق الكترون التكافؤ القشور الفرعية للإلكترونات الداخلية. لقيمة ما من n ، تتناقص قيمة Δ بسرعة مع تزايد قيمة l . ولهذا السبب تقترب الحالة ذات l الكبيرة من الحالة المقابلة لها في ذرة الهيدروجين. أيضا، يعتمد الخلل الكمي على قيمة n ولكن تغيرها يكون بطيئا. الجدول التالي يعطي قيم الخلل الكمي في ذرة الصوديوم.

State	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
S	1.373	1.357	1.352	1.350
P	0.883	0.867	0.862	0.859
D	0.010	0.011	0.013	0.011
F	—	0.000	0.001	0.008

حيث ان قيم Δ تتوقف على قيم l ، لذلك يرمز قيمها بالرموز التالية: $\Delta_F, \Delta_D, \Delta_P, \Delta_S$.

. وكل هذه الحقائق يمكن فهمها من خلال النقاش التالي:

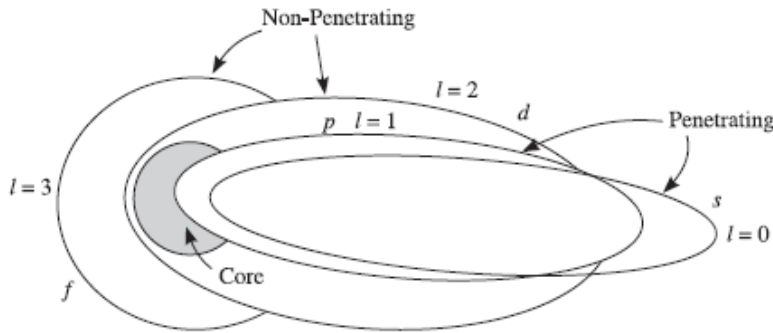
يوضح الشكل (3.2.1) تغير كثافة الاحتمالية الشعاعية $P(r)$ لالكترون التكافؤ الذي يبعد مسافة r عن النواة مع قيم l المختلفة.



الشكل (3.2.1) كثافة الاحتمالية الشعاعية لإلكترون التكافؤ في ذرة الصوديوم.

نلاحظ من الشكل أعلاه ان عندما تكون $l = n - 1$ ، القيمة العظمى الممكنة في l ، فإن $P(r)$ تملك قيمة عظمى واحدة ، التي تعطي المقدار الأغلب احتمالاً most probable لبعد إلكترون التكافؤ عن النواة. بينما نجد ان عند $l = n - 2$ ، فإن $P(r)$ تملك قيمتين عظيمتين ، وهكذا. في حالة ذرة الصوديوم ، $P(r)$ تملك قيمة عظمى (قمة) واحدة لإلكترون d ($l=2$) ، وتملك قمتان في حالة الكترون p ($l=1$) وثلاثة قمم لإلكترون s ($l=0$) . في الشكل (3.2.1) تمثل المنطقة المظللة الاحتمالية لعشرة من الكترونات القلب في الذرة. وان في الحالة $3d$ يمضي كل وقته خارج قلب الذرة ، بينما الكترون $3p$ يمضي وقت اقل من ذلك خارج القلب ، وكذلك يكون وقت الكترون $3s$ الأقل.

وهكذا ، لقيمة معطاة من n ، كلما صغرت قيمة l ، فإن احتمالية تواجد الكترون التكافؤ بالقرب من النواة تكون اعلى. أي ان احتمالية اختراق قلب الإلكترونات الداخلية تكون عظمى عندما يكون الكترون التكافؤ في الحالة s . وتكون هذه الاحتمالية اقل عندما يكون هذا الإلكترون في الحال p واقل من ذلك عندما يكون في الحالة d (الشكل 3.2.2).



شكل (3.2.2) مدارات الكترون التكافؤ المختزقة penetrating orbits وغير المختزقة non-penetrating orbits.

وبعبارة أخرى، فإن الكترون s غالبا ما يجد نفسه مع الإلكترونات الداخلية في القشور الفرعية، وعليه يكون هذا الإلكترون في وضع المتمرس الأقل من النواة ولهذا يتعرض لأعلى شحنة النواة الفعالة ويكون مربوطا بشدة مع النواة، وهذا يجعل طاقة الكترون s أكثر الجميع سالبيه most negative ، وهذا يسبب انزياح هذا الإلكترون الى أسفل بمقدار أكبر مقارنة مع نظيره في ذرة الهيدروجين. بينما الكترون p يقضي بعضا من وقته خلال القشور الفرعية المغلقة الداخلية ويكون أقل حجبا وبالتالي تكون طاقته أقل سالبيه. كما الإلكترون d يمضي الأقل من وقته داخل قلب الإلكترونات الداخلية ويكون الأكثر حجبا وعليه يتعرض لأقل شحنة نووية فعالة. ولهذا السبب نجد انه كلما زادت قيمة l يتناقص مقدار الانزياح الى أسفل لمستويات الطاقة بالنسبة لنظائرها في ذرة الهيدروجين.

يمكن الوصول لهذه النتيجة باستخدام النموذج الكلاسيكي لمدارات الإلكترون. يتحرك الكترون s في مدار بيضاوي أكثر اختلافا مركزيا most eccentric elliptical orbit ويخترق جميع المدارات الداخلية ليجد نفسه في فجوة النواة ولهذا يرتبط بشدة أكثر مع النواة، مما يجعل طاقته أكثر سالبيه. بينما يتحرك الكترون p في مدار بيضاوي أقل اختلافا مركزيا ليجد نفسه أقرب الى النواة. ولهذا يكون أقل ارتباطا معها وتكون طاقتها أقل سالبيه. وعليه، تكون طاقة الكترون p أعلى من طاقة الكترون s. اما الكترون d فيتحرك في مدار دائري تقريبا ليجد نفسه في الغالب أقل قربا من النواة وأقل ارتباطا معها. وتكون طاقة الكترون d أقل سالبيه. أي، أكبر من تلك التي يمتلكها الكترون p.

في العقد الأخير من القرن التاسع عشر، استطاع العالم ريد بيرغ ان يبرهن ان العدد الموجي $(1/\lambda)$ يمكن ان يكتب بدلالة الفرق بين حدين طيفيين، بحيث يكون احدهم ثابتا والآخر يكون متغيرا. (الحد T والطاقة E لذرة يمكن ربطهما بالعلاقة المتبادلة $(T = -E/ch)$).

وبدلالة الرقم الرئيسي الكمي n لإلكترون التكافؤ، يعبر عن قيمة الحد بالمعادلة (3.2.1).

Spectral series of Alkali Atoms

(3.3) السلاسل الطيفية للذرات القلوية

كما ذكر سابقا، يمكن تصنيف الخطوط الطيفية للذرات القلوية الى اربع مجموعات: السلسلة الرئيسية، السلسلة الحادة، السلسلة المنتشرة والسلسلة الأصولية (الأساسية). سنتناول خصائص هذه السلاسل كالتالي

• السلسلة الرئيسية Principal series

يمكن ملاحظة خطوط هذه السلسلة في حالتها الامتصاص والانبعث، وتكون خطوط الطيف الأكثر لمعانا (وضوحا). وتتبع خطوط هذه السلسلة عند قفز الإلكترون الضوئي من الحالات P الى الحالة الأرضية $2S_{1/2}$ 3. تعطى الأعداد الموجية لخطوط السلسلة كالتالي

$$\bar{v}^p = \frac{R}{(3 - \Delta_s)^2} - \frac{R}{(n - \Delta_p)^2}, \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad \dots(3.3.1)$$

ويكون منتهى العدد الموجي للسلسلة كما يلي

$$\bar{v}_\infty^p = \frac{R}{(3 - \Delta_s)^2} \quad \dots(3.3.2)$$

لذلك

$$\bar{v}^p = \bar{v}_\infty^p - \frac{R}{(n - \Delta_p)^2} \quad \dots(3.3.3)$$

• السلسلة الحادة sharp series

تكون خطوط هذه السلسلة حادة جدا في مظهرها الفيزيائي ولذلك سميت بهذا الاسم. تتبعث هذه الخطوط نتيجة لقفز الكترون التكافؤ من حالة S الأعلى نحو حالة P الأسفل. وتعطى الأعداد الموجية ومنتهائها كما يلي

$$\bar{v}^s = \frac{R}{(3 - \Delta_p)^2} - \frac{R}{(n - \Delta_s)^2}, \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad \dots(3.3.4)$$

$$\bar{v}_\infty^s = \frac{R}{(3 - \Delta_p)^2} \quad \dots(3.3.5)$$

$$\bar{v}^s = \bar{v}_\infty^s - \frac{R}{(n - \Delta_s)^2} \quad \dots(3.3.6)$$

• السلسلة المنتشرة Diffuse series

تكون خطوط هذه السلسلة مشوشة (غير واضحة) مقارنة مع خطوط السلاسل الأخرى. تتبعث هذه الخطوط عندما يقفز الكترون التكافؤ من حالات D الأعلى نحو حالات 3P. تعطى الأعداد الموجية ومنتهائها على النحو

$$\bar{v}^d = \frac{R}{(3-\Delta_p)^2} - \frac{R}{(n-\Delta_d)^2}, \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad \dots(3.3.7)$$

$$\bar{v}_\infty^d = \frac{R}{(3-\Delta_p)^2} \quad \dots(3.3.8)$$

$$\bar{v}^d = \bar{v}_\infty^d - \frac{R}{(n-\Delta_d)^2} \quad \dots(3.3.9)$$

ويتألف كل خط من خطوط هذه السلسلة من ثلاث مكونات لكن في التحليل المنخفض تبدو مزدوجة *doublet*.

• السلسلة الأصلية Fundamental series

تشبه خطوط هذه السلسلة الى حد كبير خطوط طيف الهيدروجين. كما تكون الأعداد الموجية كالتالي

$$\bar{v}^f = \frac{R}{(3-\Delta_d)^2} - \frac{R}{(n-\Delta_f)^2}, \quad n = 4, 5, 6, \dots \quad \dots(3.3.10)$$

$$\bar{v}_\infty^f = \frac{R}{(3-\Delta_d)^2} \quad \dots(3.3.11)$$

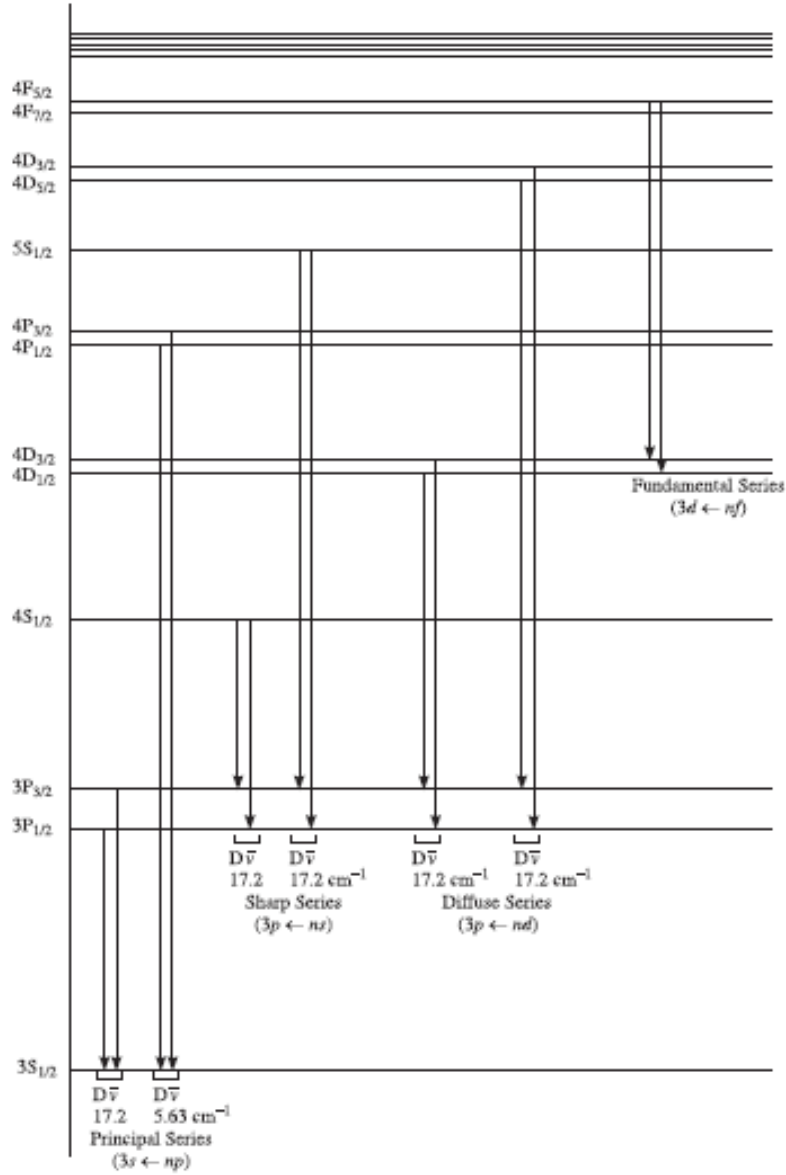
$$\bar{v}^f = \bar{v}_\infty^f - \frac{R}{(n-\Delta_f)^2} \quad \dots(3.3.12)$$

القواعد الانتقائية:

حيث يوجد عدد كثير من القفزات الممكنة، الا ان هناك عدد مسموح به من القفزات التي تحقق قواعد الانتقاء و

$$\Delta L = \pm 1, \quad \Delta S = 0, \quad \Delta J = 0, \pm 1, \quad (J=0 \rightarrow J=0 \text{ is forbidden})$$

يمكن رسم مخطط للسلاسل الطيفية لذرة الصوديوم كما هو مبين في الشكل (3.3.1a)



شكل (3.3.1) (a) السلاسل الطيفية لذرة الصوديوم.

(3.4) صفات ساليينت لأطياف الذرات القلوية. Salient Features of Spectra of Alkali

Atoms

من بعض الصفات المهمة لأطياف الذرات القلوية هي كما يلي

(1) يتناقص التباعد بين خطوط الطيف في السلسلة بانتظام وفي النهاية تصبح متقاربة.

(2) تملك السلاسل الحادة والمنتشرة نهاية مشتركة common limit للعدد الموجي وهي تساوي الحد الأول من خطوط السلسلة الرئيسية ، او

$$\bar{\nu}_{\infty}^s = \bar{\nu}_{\infty}^d = \frac{R}{(3 - \Delta_p)^2}$$

(3) يكون الفرق في العدد الموجي لنهاية السلسلة الرئيسية والنهاية المشتركة للسلسلة الحادة والمنتشرة مساويا للعدد الموجي للخط الأول في السلسلة الرئيسية. أي،

$$\bar{\nu}_{\infty}^p - \bar{\nu}_{\infty}^{s,d} = \bar{\nu}_1^p$$

وهذا يعرف بقانون ريد بيرغ- سكوستر Rydberg- Schuster.

(4) يكون الفرق في العدد الموجي لنهايتي السلسلة المنتشرة والسلسلة الأصولية مساويا للعدد الموجي للخط الأول في السلسلة المنتشرة. أي،

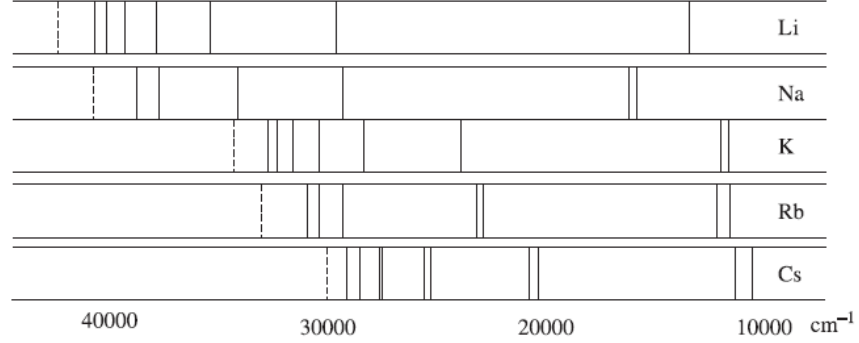
$$\bar{\nu}_{\infty}^d - \bar{\nu}_{\infty}^f = \bar{\nu}_1^d$$

وهذا يعرف بقانون رانج Runge's law .

(5) عند فحص أطياف الذرات القلوية بواسطة مطياف ذو قدرة تفريق عالية، وجد ان كل خط من السلسلة الرئيسية والحادة يكون مزدوجا (doublet) بتباعد ضيق وكل خط من السلسلة المنتشرة يتكون من ثلاث خطوط (triplet). على سبيل المثال، خط D

لذرة الصوديوم، أحد خطوط السلسلة الرئيسية، يتألف فعليا من خطين بطول موجات 5890، 5896 انجستروم. ويقال ان الخط الطيفي يملك بنية (تركيب) دقيق *fine structure*.

(6) عند الانتقال من ذرة الليثيوم (Li) الى ذرة السيزيوم (Cs)، يزداد التباعد بين خطوط الطيف المزدوجة الرئيسية (الشكل 3.3.1)
(b)



شكل(3.3.1) (b) مزدوجات السلسلة الرئيسية للذرات القلوية.

(7) يتناقص تباعد العدد الموجي في المزدوجات الرئيسية مع زيادة الرقم الكمي الرئيسي n .

(8) يبقى تباعد العدد الموجي في المزدوجات الحادة ثابتا ($17.2cm^{-1}$).

(9) كما يبقى تباعد العدد الموجي لمزدوجات السلسلة المنتشرة ثابتا عند المقدار ($17.2cm^{-1}$).

3.5) غزل الإلكترون والتركيب الدقيق للخطوط الطيفية Electron Spin and Fine Structure of Spectral

Lines

تلعب فكرة غزل الإلكترون دورا مهما في تحديد حالة الذرة. يعتبر الغزل كمية مكممه كما انه خاصية نسبية للإلكترون، وجاءت هذه الفكرة كتبرير نظري عند الصياغة النسبية لمعادلة شرودنجر بواسطة العالم ديراك Dirac. وفقا لهذه النظرية يمتلك الإلكترون زخم زاوي ذاتي s مقداره العددي كالتالي

$$|s| = \sqrt{s(s+1)}\hbar, \quad s=1/2 \quad \dots(3.5.1)$$

حيث يعرف s العدد الكمي الغزلي وقيمه $1/2$. كما ان العزم المغناطيسي المرافق للزخم الزاوي الغزلي هو

$$\mu = -g_s \left(\frac{e}{2m} \right) s \quad \dots(3.5.2)$$

$$|\mu_s| = -g_s \mu_B \frac{|s|}{\hbar} = -g_s \mu_B \sqrt{s(s+1)} \quad \dots(3.5.3)$$

حيث g_s معامل g الغزلي ومقداره 2.00230 .

في المعادن القلوية التي بها الكترون منفرد خارج القشور الفرعية المغلقة، يكون الزخم الزاوي لهذه القشور صفرا. ولهذا يعزى الزخم الزاوي للذرة القلوية لوجود هذا الإلكترون. كما يكون للزخم الزاوي لإلكترون التكافؤ مركبتان هما: الزخم الزاوي المداري L والزخم الزاوي الغزلي S . وتكون محصلة هاذين الزخمين J . تكون قيمة هذه المتجهات الثلاثة كالتالي

$$|L| = \sqrt{L(L+1)}\hbar$$

$$|S| = \sqrt{S(S+1)}\hbar$$

$$|J| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$$

حيث في هذه الحالة، يكون الزخم الزاوي المداري الكلي $L=l$ ، كما يكون الزخم الزاوي الغزلي الكلي $S=s$ ، كما يعطى العدد الكمي للزخم الزاوي الكلي J بالعلاقة التالية

$$J = L \oplus S = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|$$

حيث تأخذ J القيم المتفرقة بأعداد صحيحة.

كما تتفاعل العزوم المغناطيسية المدارية والغزلية معا بشكل مشابه لتفاعل ثنائي القطب المغناطيسي ويسمى هذا بالتفاعل المداري - الغزلي وتعتمد طاقة التفاعل على كيفية ترتيب هذه العزوم المغناطيسية.

نتناول الحدود الطيفية لذرة الصوديوم في الحالة الأرضية والحالات المثيجة:

الحالة الأرضية: $3s^1$

$$n = 3, L = 0, S = 1/2, J = 1/2.$$

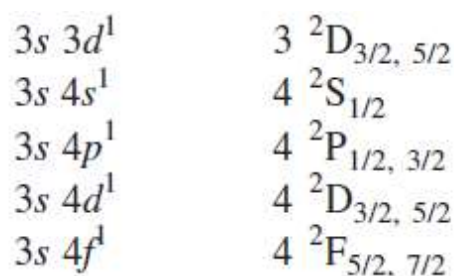
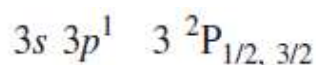
يكون رمز الحد $^2S_{1/2}$ ، كما يكون عدد قيم J واحد. لذا تكون الحالة الأرضية منفردة وليس لها بنية دقيقة.

الحد الطيفي

$$3^2 S_{1/2}$$

الحالات المثيجة:

إذا انتقل الكترون التكافؤ الى حالة p ، فإن $J = 1/2, 3/2$ ، $L = 1, S = 1/2$. تكون رموز الحد : $^2P_{1/2}$ ، $^2P_{3/2}$ ، ويقسم التفاعل المداري- الغزلي المستوى P الى مكونين، أي، يصبح هذا المستوى بتركيب مزدوج. بهذه الطريقة، يمكن ان نبين ان مستوى D ينقسم الى مستويين فرعيين : $^2D_{3/2}$ ، $^2D_{5/2}$ ، وكذلك المستوى F ينقسم الى مستويين فرعيين هما: $^2D_{5/2}$ ، $^2D_{7/2}$. وهكذا كل مستوى ، ما عدا S، ينقسم الى مستويين فرعيين ، أي كل المستويات المهيجة للذرات القلوية يكون لها بنية مزدوجة. ونلخص ذلك كما يلي:



كما يكون الانقسام المتعدد للحدود D , F لذرة الصوديوم صغير جدا ولهذا تبدو مستويات D , F الفرعية المختلفة في قيم J كخطوط متطابقة. ويزداد الانقسام المتعدد كلما اتجهنا من ذرات Li الى ذرات Cs. يبين الجدول (3.5.1) تباعد الأعداد الموجية لذرات العناصر القلوية من الليثيوم الى السيزيوم، والفرق بين اطوال الموجات في التركيب المزدوج الأول في السلسلة الرئيسية.

Metal	Atomic number	Wave number separation cm^{-1}	$\Delta \lambda$ Å
Li	3	0.34	0.15
Na	11	17.2	6
K	19	58	34
Rb	37	238	147
Cs	55	554	422

جدول(3.5.1) تباعد الأعداد الموجية لذرات العناصر القلوية.

• التركيب الدقيق للخطوط الطيفية

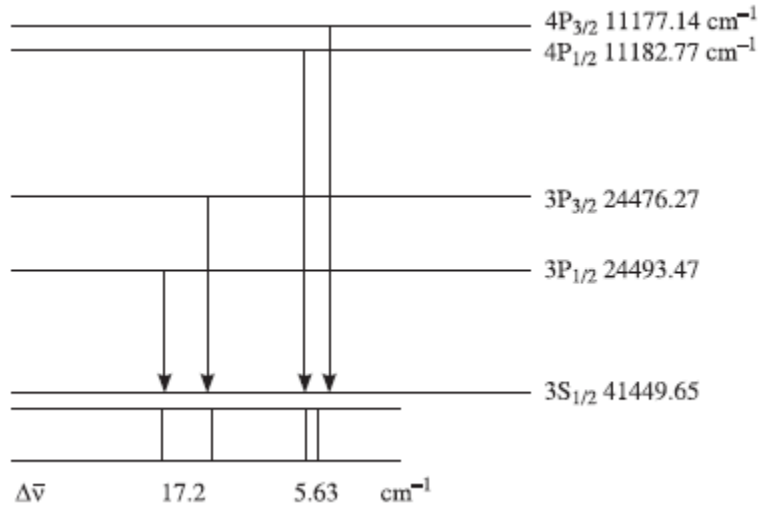
في المعادن القلوية، بسبب التفاعل المداري-الغزلي يرتبط متجه s مع متجه l للإلكترون التكافؤ لتشكيل متجه محصل j . في الذرات أحادية الإلكترون تصبح هذه المتجهات الثلاثة ممثلة لكميات الذرة المقابلة ككل . وعليه،

يمكن اعطائهم الرموز J, L, S . يكون تأثير التفاعل المداري – الغزلي على مستويات الطاقة، ولهذا تنقسم الحدود الطيفية الى مركبتين (عدا الحد S) ، احدهما بقيمة J

$=L+1/2$ والآخر بقيمة $J=L-1/2$. فمثلا، الحد $P(L=1)$ ينقسم الى $P_{3/2}, P_{1/2}$ ، بينما الحد $D(L=2)$ ينقسم الى $D_{3/2}, D_{5/2}$. وهكذا بالنسبة الى الحد $F(L=3)$.

• التركيب المزدوج للسلسلة الرئيسية في الصوديوم

الشكل (3.5.1) يبين القفزات التي تنتج المزدوج الأول في السلسلة الرئيسية لذرة الصوديوم (D-lines).



شكل(3.5.1) مزدوجات السلسلة الرئيسية

لنفرض ان $\bar{\nu}_1$ و $\bar{\nu}_2$ هي الأعداد الموجية للخطوط المزدوجة الناتجة من القفزات :

$$3 \ ^2S_{1/2} \leftarrow n \ ^2P_{1/2} \text{ and } 3 \ ^2S_{1/2} \leftarrow n \ ^2P_{3/2}$$

حيث $n=3,4,5,\dots$. (الشكل 3.5.1) يبين القفزات والأعداد الموجية للخطوط المزدوجات والفروق بينها، فمثلا،

في حالة $n=3$ ، يكون الفرق بين الأعداد الموجية للمزدوج الأول ($\Delta\bar{\nu}$) يساوي 17.2cm^{-1} .

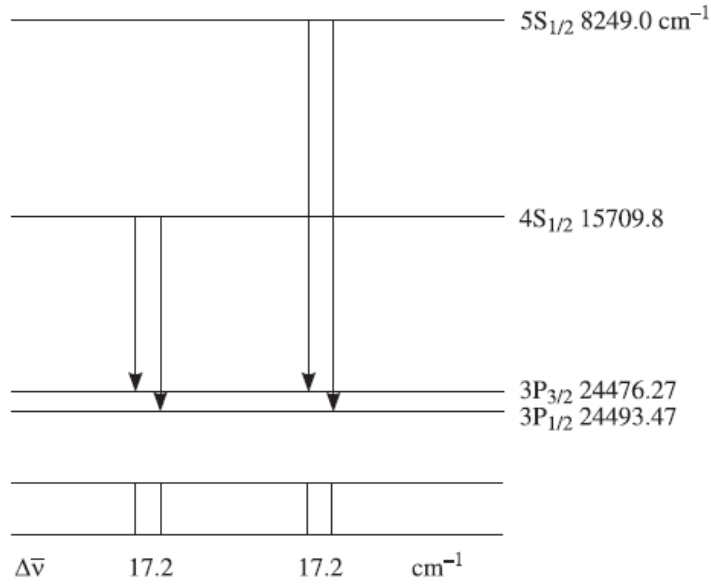
في حالة $n=4$ ، يكون الفرق بين الأعداد الموجية للمزدوج الثاني ($\Delta\bar{\nu}$) يساوي 5.63cm^{-1} .

- مزدوجات السلسلة الحادة في الصوديوم

تنبعث هذه المزدوجات عند القفزات التالية:

$$3P_{1/2} \leftarrow nS_{1/2}, \text{ and } 3P_{3/2} \leftarrow nS_{1/2}$$

حيث يحدث المزدوج الأول عندما $n = 4$ ، بينما يحصل المزدوج الثاني عندما تكون $n = 5$ (الشكل 3.5.2)



الشكل (3.5.2) مزدوجات السلسلة الحادة لذرة الصوديوم

- مزدوجات السلسلة المنتشرة

تنبعث خطوط المزدوجات الأولى في هذه السلسلة بسبب القفزات التالية:

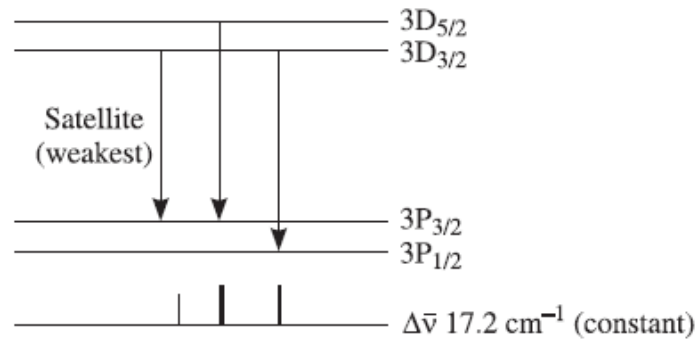
$$3P_{1/2} \leftarrow nD_{3/2}, 3P_{3/2} \leftarrow nD_{3/2}, 3P_{3/2} \leftarrow nD_{5/2}$$

حيث $n = 3, 4, 5, \dots$

(نلاحظ ان القفزة من $3D_{5/2} \rightarrow 3P_{1/2}$ غير مسموحة بسبب قاعدة الانتقاء $(\Delta J = \pm 1)$. ولهذا يتألف التركيب الدقيق في السلسلة المنتشرة من ثلاثة خطوط بدلا من اثنين (مزدوج مركب) compound doublet . تكون القفزات المنتجة لهذه الخطوط لذرة السيزيوم كما يلي

$$\begin{aligned} 6 \ ^2P_{3/2} &\leftarrow 5 \ ^2D_{3/2} & \lambda &= 36127 \text{ \AA} \\ 6 \ ^2P_{3/2} &\leftarrow 5 \ ^2D_{5/2} & \lambda &= 34892 \text{ \AA} \\ 6 \ ^2P_{1/2} &\leftarrow 5 \ ^2D_{3/2} & \lambda &= 30100 \text{ \AA} \end{aligned}$$

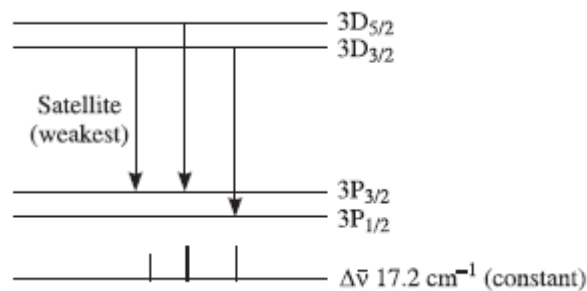
يوضح الشكل (3.5.3) القفزات المسموحة في السلسلة المنتشرة و فرق الأعداد الموجية بين الخطوط الطيفية. تسمى القفزة الأولى الأضعف (Satellite). كما يكون أحد الخطوط الثلاثة ضعيف ولا يمكن ملاحظته بالتحليل المنخفض. ولهذا تسمى مجموعة الخطوط بالمزدوج المركب.



الشكل (3.5.3) المزدوج المركب للسلسلة المنتشرة.

• مزدوج السلسلة الأصولية

يبين الشكل (3.5.4) القفزات التي تعطي المزدوج المركب لخطوط هذه السلسلة:



شكل (3.5.4) المزدوج الأول (المركب) في السلسلة الأصولية.

كما يمكن ملاحظة ان التباعد بين المزدوجات يزداد سريعا مع ازدياد العدد الذري Z للعناصر القلوية (كما يظهر في الجدول ادناه)

	<i>Li</i>	<i>Na</i>	<i>K</i>	<i>Rb</i>	<i>Cs</i>
Z	3	11	19	37	55
$\Delta\bar{\nu}$ (cm ⁻¹)	0.34	17	58	238	554

(3.6) شدة الخطوط الطيفية Intensity of Spectral Lines

يمكن إعطاء فكرة وصفية عن شدة الخطوط الطيفية بواسطة القواعد التالية:

1. في أي مزدوج، يكون الخط الطيفي الأشد في حالة القفزات التي تتغير فيها قيم كلا من L ، J في نفس الاتجاه (بالزيادة او النقصان). فإذا وجد أكثر من خط يحقق هذا الشرط يكون الخط الأشد الذي يشمل قيمة J الكبرى. كما يكون الخط الطيفي الناتج من القفزات التي تتغير فيها قيم كلا J , L في الاتجاه المضاد غير مسموح به. فمثلا، الانتقال المرافق للتغير $\Delta L = -1, \Delta J = +1$ ، او الانتقال المرافق $\Delta L = +1, \Delta J = -1$ هي انتقالات غير مسموحة.

لمزيد من التوضيح، لنفرض مزدوج السلسلة الرئيسية التالي

$${}^2S_{1/2} \leftarrow {}^2P_{1/2} \text{ and } {}^2S_{1/2} \leftarrow {}^2P_{3/2}$$

في الخط الأول : $\Delta L = -1, \Delta J = 0$ ، بينما للخط الثاني يكون $\Delta L = -1, \Delta J = -1$. نجد ان للخط الثاني كلا من L و J تنقص في قيمها عند القفز ولهذا يكون الخط الثاني (الخط اليساري) اشد من الخط الأول (الخط اليميني) (لاحظ الشكل (3.6.1)).

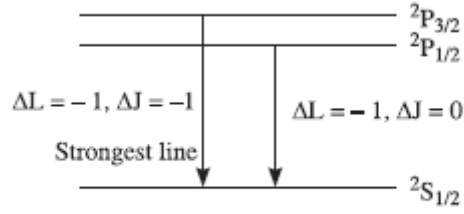
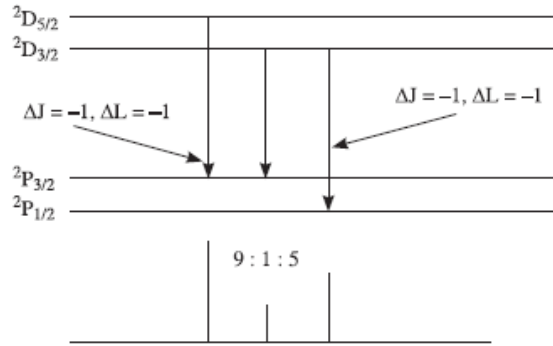


Fig. 3.6.1

لنعتبر المزدوج المركب في السلسلة المنتشرة، تكون الخطوط الناتجة من القفزات المسموحة وما يرافقها من تغيرات في $\Delta L, \Delta J$ مبيّنة في الشكل (3.6.2). وفقاً للقاعدة يكون الخط الناتج من الانتقال ما بين المستويات $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ هو الأشد كثافة لأنه يشتمل على قيمة J الكبرى.



شكل (3.6.2) المزدوجات المركبة في السلسلة المنتشرة.

(3) يمكن حساب الشدة النسبية لخطوط المزدوج المركب بواسطة قاعدة تعرف بقاعدة مجموع بورجر - دورجلو- اورنستين

Burger-Dorgello- Ornstein sum rule. وتنص هذه القاعدة على التالي

(i) يتناسب مجموع كثافات كل الخطوط للمتعددة *multiplet* والتي تنشئ من القفزات التي تبدأ من نفس الحالة الابتدائية،

طردياً مع الثقل الإحصائي *statistical weight* $2J + 1$ للحالة الابتدائية.

(ii) يتناسب مجموع كثافات كل الخطوط للمتعددة *multiplet* والتي تنشئ من القفزات التي تنتهي إلى نفس الحالة النهائية،

طردياً مع الثقل الإحصائي *statistical weight* $2J + 1$ للحالة النهائية.

لتوضيح ذلك ، نعتبر المزدوج المركب في السلسلة المنتشرة المبين في الشكل (3.6.3)

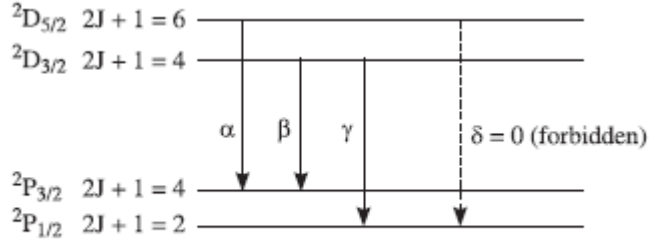


Fig. 3.6.3

لنفرض ان شدة الخطوط $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ المبينة في الشكل (3.6.3) ، وتكون شدة الخط الممنوع $\delta = 0$. يظهر الجدول التالي الحدود الطيفية مع النقل الإحصائي:

	${}^2P_{3/2} [4]$	${}^2P_{1/2} [2]$
${}^2D_{5/2} [6]$	α	$\delta = 0$
${}^2D_{3/2} [4]$	β	γ

الآن، $\alpha + \delta$ تساوي مجموع شدة الخطوط التي بنفس الحالة الابتدائية ${}^2D_{5/2} [2J + 1 = 6]$.

وبالمثل ، $\beta + \gamma$ تساوي مجموع شدة الخطوط التي بنفس الحالة الابتدائية ${}^2D_{3/2} [2J + 1 = 4]$. لهذا ،

$$\frac{\alpha + \delta}{\beta + \gamma} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta + \gamma} = \frac{3}{2} \quad \dots(i)$$

بنفس الكيفية، نتعامل مع شدة الخطوط المنتهية بنفس الحالة، $\alpha + \beta$ تساوي مجموع شدة الخطوط التي تنتهي بالحالة :

${}^2P_{3/2} [2J + 1 = 4]$ ، بينما يكون $\delta + \gamma$ يساوي مجموع الشدة للخطوط المنتهية بنفس الحالة: ${}^2P_{1/2} [2J + 1 = 2]$. لذلك ،

$$\frac{\alpha + \beta}{\delta + \gamma} = \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\gamma} = \frac{2}{1} \quad \dots(ii)$$

بحل المعادلتين ، نحصل على $\alpha = 9\beta$ ، و $\gamma = 5\beta$. وعليه تكون النسبة بين شدة الخطوط كما يلي

$$\alpha:\beta:\gamma=9:1:5$$

بالمثل ، للنعتبر المزدوج المركب في السلسلة الأصولية (الأساسية). يكون الانتقال الممكن كما في الشكل (3.6.4)

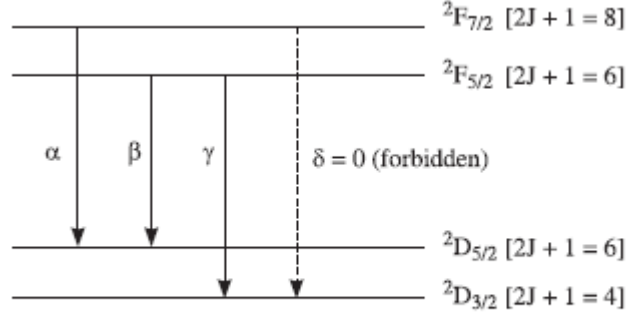


Fig. 3.6.4

باستخدام قاعدة شدة الخطوط السابقة، نجد ان

$$\frac{\alpha+\delta}{\beta+\gamma} = \frac{8}{6} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta+\gamma} = \frac{4}{3} \quad \dots(i)$$

$$\frac{\alpha+\beta}{\delta+\gamma} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{\alpha+\beta}{\gamma} = \frac{3}{2} \quad \dots(ii)$$

بحل المعادلتين، نجد ان:

$$\alpha = 20\beta, \gamma = 14\beta.$$

$$\alpha:\beta:\gamma = 20:1:14.$$

أمثلة

(1) اذا تمت إثارة الكترولون التكافؤ في ذرة الصوديوم الى الحالة 2D ، ما هي الطرق المختلفة التي يمكن لهذا الإلكترولون الرجوع عبرها الى الحالة الأرضية؟

الحل

عند تطبيق قواعد الانتقاء $\Delta L = \pm 1$ ، نحصل على الطرق الممكنة التالية للقفزات الإلكترونية:

1. $4^2D \rightarrow 4^2P \rightarrow 3^2D \rightarrow 3^2P \rightarrow 3^2S$
2. $4^2D \rightarrow 4^2P \rightarrow 3^2S$
3. $4^2D \rightarrow 3^2P \rightarrow 3^2S$
4. $4^2D \rightarrow 4^2P \rightarrow 4^2S \rightarrow 3^2P \rightarrow 3^2S.$

(2) جد تعبيراً لتباعد المزدوج بسبب التفاعل المداري - الغزلي في ذرات العناصر القلوية. ثم اعط تفسيراً للنتائج التي حصلت عليها؟

الحل

في الذرات القلوية، انقسام الخطوط الطيفية بسبب التفاعل المداري - الغزلي يكون أكثر أهمية من ذلك الانقسام المعزى إلى التأثيرات النسبية. تنقسم كل مستويات طاقة الإلكترون الضوئي ما عدا $l=0$ (s- state) إلى مركبتين. المركبة الأولى تقابل $J=l+1/2$ ، والأخرى تقابل $J=l-1/2$. يكون التغير في قيمة الحد بسبب هذا التفاعل كما يلي

$$\Delta T_{ls} = -\frac{\Delta E_{ls}}{hc} = -\frac{1}{2} R\alpha^2 Z^4 \frac{[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]}{n^3 l(l+\frac{1}{2})(l+1)}, \quad l \neq 0$$

في حالة الذرة أحادية الإلكترون،

$$s = 1/2, j = l \oplus s = l \oplus 1/2 = l + 1/2 \quad \text{and} \quad l - 1/2$$

لذلك ،

$$\Delta T'_{ls} = -\frac{\Delta E_{ls, j=l+1/2}}{hc} = -\frac{1}{2} R\alpha^2 Z^4 \frac{1}{n^3 l(l+\frac{1}{2})(l+1)} l$$

$$\Delta T''_{ls} = -\frac{\Delta E_{ls, j=l-1/2}}{hc} = \frac{1}{2} R\alpha^2 Z^4 \frac{1}{n^3 l(l+\frac{1}{2})(l+1)} (l+1)$$

تباعد المزدوج:

$$\delta T_{ls} = \Delta T''_{ls} - \Delta T'_{ls} = \frac{R\alpha^2 Z^4}{n^3 l(l+1)} = 584 \frac{Z^4}{n^3 l(l+1)} m^{-1}.$$

نلاحظ أن مقدار هذا التباعد يتناسب طردياً مع Z^4 وعكسياً مع n^3 . ومع ازدياد قيم l يتناقص هذا التباعد.

(3) بين أن تباعد المزدوج في السلسلة الحادة للذرات القلوية يكون ثابتاً؟

الحل

تكون الأعداد الموجبة لخطوط المزدوج النوني في هذه السلسلة كما يلي

$$\bar{\nu}_1 = T_2(nP_{1/2}) - T_1(3S_{1/2}), \quad \bar{\nu}_2 = T_2(nP_{3/2}) - T_1(3S_{1/2})$$

وعليه، يكون تباعد العدد الموجي في مزدوج السلسلة الحادة:

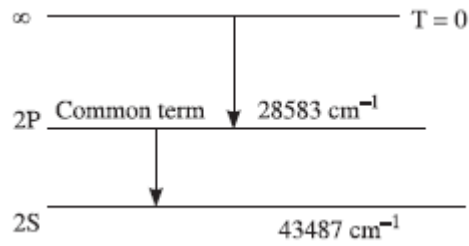
$$\Delta\bar{\nu} = \bar{\nu}_1 - \bar{\nu}_2 = T_2(3P_{3/2}) - T_2(3P_{1/2})$$

وهذا المقدار لا يتوقف على n ، لذلك يكون ثابتاً.

- (4) إذا كانت السلسلة الرئيسية والحادة تتقرب إلى حد الاتصال عند 28583cm^{-1} ، 43487cm^{-1} على الترتيب. احسب الخلل الكمي للحد المشترك لكل من السلسلتين؟ ($R = 109729\text{cm}^{-1}$)

الحل

للحد المشترك $T = 28583\text{cm}^{-1}$ (كما في الشكل)



إذا

$$T = \frac{R}{(n - \Delta)^2}$$

$$\therefore n - \Delta = \sqrt{\frac{R}{T}} = \sqrt{\frac{109729}{28583}} = \sqrt{3.83896} = 1.9593$$

$$\Delta = n - 1.9593 = 2 - 1.9593 = 0.0407$$

- (5) إذا كان العدد الكمي الفعال لذرة الروبيديوم في الحالة الأرضية يساوي 1.805، احسب جهد تأين هذه الذرة، علماً أن $R = 1.09737\text{cm}^{-1}$ ؟

الحل

$$T = \frac{R}{n_{eff}^2} = \frac{109737}{(1.805)^2} = 33682 \text{ cm}^{-1} = \frac{33682}{8065} \text{ eV} = 4.176 \text{ eV} \quad (1 \text{ eV} = 8065 \text{ cm}^{-1}).$$

(6) اذا كان جهد تأين ذرة الهيدروجين يعادل 2.5 مرة جهد تأين ذرة الصوديوم. جد العدد الذري الفعال لذرة الصوديوم؟

الحل

طاقة الذرة:

$$E = -\frac{RZ_{eff}^2}{n^2}$$

حيث ان جهد التأين $I = |E|$. لهذا ،

$$\frac{I_{Na}}{I_H} = \left(\frac{Z_{eff}^2}{n^2} \right)_{Na} \left(\frac{n^2}{Z_{eff}^2} \right)_H = \frac{(Z_{eff})_{Na}^2}{3^2} \cdot \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{2.5} = \frac{(Z_{eff})_{Na}^2}{9} \Rightarrow (Z_{eff})_{Na} = \sqrt{3.6} = 1.89.$$

(7) يملك الخط الأول في السلسلة الرئيسية لذرة الصوديوم طول موجة تساوي 5890 \AA . اذا كانت الحالة المثيجة الأولى S- تقع فوق الحالة الأرضية وبمقدار 3.18 إلكترون فولت. جد طول موجة الخط الأول في السلسلة الحادة؟

الحل

تباعدها مستويات 3P , 3S:

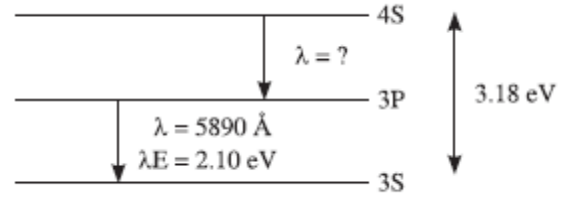
$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{12400 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{5890 \text{ \AA}} = 2.10 \text{ eV}$$

تباعدها المستويات 4S , 3P:

$$\Delta E = 3.18 - 2.10 = 1.08 \text{ eV}$$

يكون طول موجة الخط الأول في السلسلة الحادة كما يلي

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{12400 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{1.08 \text{ eV}} = 11481 \text{ \AA}.$$



(8) احسب تباعد مزدوج للحالة 3p لذرة الصوديوم. علما ان اطوال موجة المزدوج في السلسلة الرئيسية هو:

$$\lambda_1 = 5890 \text{ \AA} \text{ and } \lambda_2 = 5896 \text{ \AA}.$$

الحل

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow |\Delta\bar{\nu}| = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2} = \frac{6\text{\AA}}{5890\text{\AA} \times 5896\text{\AA}} = 1.73 \times 10^{-7} \frac{1}{\text{\AA}}$$

$$\Delta\bar{\nu} = \frac{1.73 \times 10^{-7}}{10^{-8} \text{ cm}} = 17.3 \text{ cm}^{-1}$$

يكون تباعد مستويات الطاقة المقابل بوحدات العدد الموجي :

$$\Delta E = hc \Delta\bar{\nu} = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js} \times 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1} \times 1730 \text{ m}^{-1} = 3.43 \times 10^{-22} \text{ J}$$

$$\Delta E = 2.14 \times 10^{-3} \text{ eV}.$$

(9) ينتج خط الصوديوم الأصفر بسبب انتقال الإلكترون من المستوى 3p الى المستوى 3s. كما ينقسم المستوى p الى مركبتين بسبب التفاعل المداري - الغزلي، ويكون التباعد بين المركبتين يساوي $2.1 \times 10^{-3} \text{ eV}$ ، احسب التفريق (التباعد) بين طول موجة المركبتين لذا الخط الأصفر.؟

الحل

$$\Delta\bar{\nu} = \Delta T = 2.1 \times 10^{-3} \text{ eV} = (2.1 \times 10^{-3} \text{ eV}) \left(8065 \frac{\text{cm}}{\text{eV}} \right) = 16.9 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Delta\bar{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \therefore \Delta\lambda = \lambda^2 \Delta\bar{\nu} = (5893 \times 10^{-8} \text{ m})^2 (16.9 \text{ cm}^{-1}) = 5.87 \times 10^{-8} \text{ cm}.$$

(10) اذا كان متوسط موقع المستويات التي تعطي الزوج الأول في السلسلة الرئيسية لذرة الصوديوم يساوي 16960 cm^{-1}

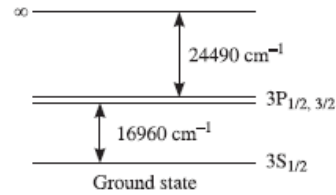
وكانت النهاية التقاربية لسلسلة الحادة هي 24490 cm^{-1} . احسب جهد التأين لذرة الصوديوم؟

الحل

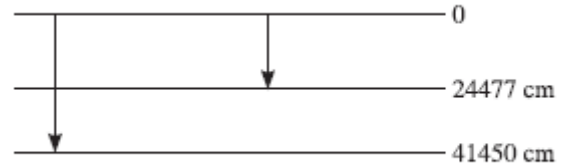
طاقة التأين لذرة الصوديوم:

$$I = (16960 + 24490) \text{ cm}^{-1} = 41450 \text{ cm}^{-1}$$

$$= \frac{41450}{8065} \text{ eV} = 5.1395 \text{ eV.}$$



(11) إذا كانت السلسلة الرئيسية والحادة تتقارب للتواصل *continuum* عند $41450 \text{ and } 24477 \text{ cm}^{-1}$ (كما في الشكل). احسب جهد تأين ذرة الصوديوم؟



الحل

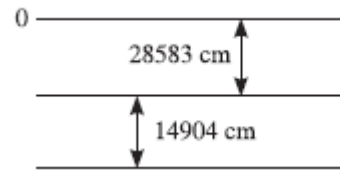
طاقة التأين:

$$I = 41450 \text{ cm}^{-1}$$

$$= \frac{41450}{8065} \text{ eV} = 5.139 \text{ eV.}$$

(12) إذا كان متوسط موقع الزوج الأول لخطوط السلسلة الرئيسية في ذرة الليثيوم Li هو 14904 cm^{-1} . وكانت النهاية التقريبية

للسلسلة الحادة تساوي 28583 cm^{-1} ، احسب جهد تأين هذه الذرة؟



الحل

طاقة التأين:

$$I = (14904 + 28583) \text{ cm}^{-1} = 43487 \text{ cm}^{-1} \\ = 5.39 \text{ eV.}$$

(13) احسب الخلل (العيب) الكمي لهيئة 3p في ذرة الصوديوم. اذا كانت قيمة الحد لهذه الحالة هي 24477 cm^{-1} . علما ان $R=109734 \text{ cm}^{-1}$

الحل

$$T = \frac{RZ_{eff}^2}{n_{eff}^2} = \frac{RZ_{eff}^2}{(n - \Delta)^2}, Z_{eff} = 1, n = 3$$

$$n - \Delta = \sqrt{\frac{R}{T}} = \sqrt{\frac{109734}{24477}} = 2.117 \\ \Delta = 3 - 2.117 = 0.883.$$

(14) اذا كان الانفصال المزدوج (الثنائي) للحالة المثيعة الأولى $2p^2$ لذرة عددها الذري $Z=2$ يساوي 5.84 cm^{-1} ، احتلباعد المقابل لذرة الهيدروجين.؟

الحل

$$\delta(\Delta T) \propto Z^4$$

$$\frac{\delta(\Delta T)_{Z=2}}{\delta(\Delta T)_{Z=1}} = \frac{Z_2^4}{Z_1^4} \Rightarrow \frac{5.84}{\delta(\Delta T)} = \frac{2^4}{1^4} \Rightarrow \delta(\Delta T) = 0.365 \text{ cm}^{-1}.$$

(3.7) أطيف عناصر الأتربة القلوية

تسمى عناصر المجموعة II في الجدول الدوري (مثل، Be, Mg, Ca, Sr, Cd, Ba) بعناصر الأتربة القلوية Alkaline Earths. تتصف هذه العناصر بوجود الكتروني تكافؤ في ذراتها خارج قشرة مغلقة. بما ان ذرة الهيليوم تملك الكترونات تكافؤ في القشرة الخارجية الأخيرة، لهذا يكون طيف هذه العناصر يشبه طيف ذرة الهيليوم. يتألف طيف

هذه العناصر من نظامين – منفرد وثلاثي، وكل نظام يحوي على اربعة أنواع من السلاسل: الحادة، الرئيسية، المنتشرة، والأصلوية (الأساسية). تحدد الكترونات التكافؤ الخواص الضوئية لهذه العناصر، حيث يقال ان الذرة متهيجة إذا انتقل أحد هذه الالكترونات او كلاهما الى مستويات طاقة اعلى. كما وجد ان السلسلة الرئيسية لخطوط الطيف تنتج من القفزات الإلكترونية التي يكون فيها واحد فقط من الكترونات التكافؤ مشمولاً *involved*، بينما يبقى الآخر في الحالة الأرضية *ground state*. عندما يكون كلا من هذه الإلكترونات متهيجا ويشارك في القفزات الإلكترونية، فإن الطيف الناتج يكون بطبيعته معقداً *complex*.

بما ان ذرة الأتربة القلوية لها الكتروني تكافؤ لهذا يوجد زخمين زاويين مداريين هما l_1, l_2 وكذلك زخمين زاويين غزليين هما s_1, s_2 . كما يمكن ان ترتبط هذه الزخم اما بطريقة اقتران **L-S** او اقتران **j-j**. في الذرات الخفيفة تتغذى التفاعلات الكهروستاتيكية *electrostatic interaction* (التنافر بين الإلكترونات) و تفاعل التبادل الغزلي *exchange interaction* على التفاعل المداري- الغزلي *spin-orbit interaction*. بالمثل، ترتبط المتجهات s_1, s_2 لتكون متجه محصل **S**. ثم يسبب التفاعل المداري- المغزلي ارتباط المتجهات **L**، لتكوين متجه محصل **J** بقيم متباعدة بأعداد صحيحة *integrally spaced values*. يمكن تلخيص هذه الأنواع من الاقتران على النحو التالي

$$\begin{aligned}
 l_1 + l_2 &= L && \text{(electrostatic interaction)} \\
 |l_1| &= \sqrt{l_1(l_1+1)}\hbar, & |l_2| &= \sqrt{l_2(l_2+1)}\hbar, & l_1, l_2 &= 0, 1, 2, 3, \dots \\
 |L| &= \sqrt{L(L+1)}\hbar, & L &= l_1 \oplus l_2 = |l_1 - l_2|, \dots, (l_1 + l_2) \\
 s_1 + s_2 &= S && \text{(exchange interaction)} \\
 |s_1| &= \sqrt{s_1(s_1+1)}\hbar, & |s_2| &= \sqrt{s_2(s_2+1)}\hbar, & s_1 &= 1/2, & s_2 &= 1/2 \\
 |S| &= \sqrt{S(S+1)}\hbar, & S &= s_1 \oplus s_2 = 1/2 \oplus 1/2 = 0, 1 \\
 L + S &= J, & |J| &= \sqrt{J(J+1)}\hbar, & J &= L \oplus S = |L - S| \dots \text{integrally spaced values} \\
 &.. L + S.
 \end{aligned}$$

• تفسير السمات الضرورية في طيف العناصر الأتربة القلوية

في ذرات عناصر الأتربة القلوية يوجد الكترونا تكافؤ ولهذا يوجد أربعة زخم زاوية l_1, l_2, s_1, s_2 ، والتي تقترن بطريقتين لتكون محصلتهما، وهاتان الطريقتان هما: (i) اقتران **L-S** (ii) اقتران **j-j**.

في الذرات الخفيفة، يسود التفاعل الكهروستاتيكي بين الإلكترونين والارتباط الغزلي- الغزلي على التفاعل المداري- الغزلي الضعيف. ولهذا السبب تقترن الزخم الزاوية المدارية l_1, l_2 معا لتكون المحصلة **L**. بالمثل تقترن الزخم

الزاوية الغزلية لتكون محصلتهما S ، ثم يسبب التفاعل المداري- المغزلي اقترانا بين S , L لتكوين المحصلة J . كما تتعين مقادير هذه الزخم بأرقامهم الكمية. وهذا ما يعرف باقتران $L-S$ والذي يلخص كما يلي:

$$\begin{aligned} l_1 + l_2 = L, s_1 + s_2 = S, L + S = J \\ |l_1| = \sqrt{l_1(l_1+1)} \hbar, |l_2| = \sqrt{l_2(l_2+1)} \hbar, |L| = \sqrt{L(L+1)} \hbar, |S| = \sqrt{S(S+1)} \hbar \\ |J| = \sqrt{J(J+1)} \hbar \\ L = l_1 \oplus l_2, S = s_1 \oplus s_2, J = L \oplus S \end{aligned}$$

بسبب التفاعل المداري- الغزلي ينقسم كل مستوى مميز بقيمة L الى عدد من المكونات (البنية الدقيقة) وكل منها يتميز بقيمة J . وتشكل مجموعة مستويات البنية الدقيقة ما يعرف بالمتعدد *multiplet*. نتناول بالتفصيل الحالات الأرضية والحالات المثيجة.

(1) الحالة الأرضية

في الحالة الطبيعية (ns^2) للذرات الأرضية القلوية، يملك كلا من الإلكترونين نفس الأرقام الكمية المدارية والغزلية ، أي

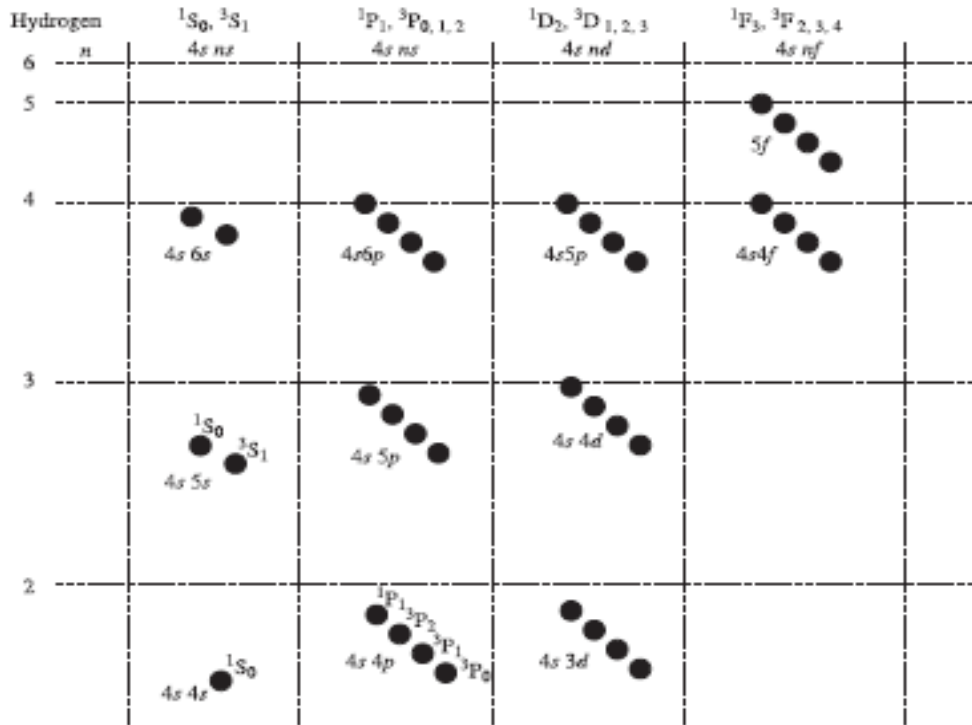
$$(l_1 = 0, l_2 = 0, s_1 = 1/2, s_2 = 1/2)$$

إذا كان غزل الكترونا التكافؤ بشكل متوازي ($\uparrow\uparrow$)، تكون الأرقام الكمية الأربع متماثلة، قاعدة باولي الإستثنائية. وهذه الحالة تجعل $S=1$ ، وتكون غير مرخص بها. وبالتالي تكون الحالة 3S_1 غير موجودة. لذلك، يمكن القول ان الحالة الأرضية لذرات عناصر الأرض القلوية هي التي يكون فيها غزل كلا من الكتروني التكافؤ في اتجاهين متضادين ($\uparrow\downarrow$). في هذه الحالة $L = 0, S = 0, J = L \oplus S = 0$.

(2) الحالة المثيجة

هنا نفترض ان الكترون تكافؤ واحد فقط ارتفع الى مستوى طاقة اعلى . يوضح الجدول التالي الرموز الحديدية وطبيعة الحالات المثيجة المتعددة. وعليه يمكن ملاحظة ان الخطوط الطيفية لعناصر المجموعة II في الجدول الدوري تتألف من حالات طاقة منفردة وثلاثية *Triplet & singlet* مقابلة لقيمة واحدة من J وثلاث قيم من J على الترتيب لكل قيمة من L . يوضح الشكل (3.7.1a) حالات الطاقة المنفردة والثلاثية لذرة الكالسيوم.

	l_1	l_2	L	s_1	s_2	S	J	Symbol
ss	0	0	0	$1/2 \uparrow$	$1/2 \uparrow$	1	1	3S_1 does not exist
ss	0	0	0	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	0	1S_0
sp	0	1	1	$1/2 \uparrow$	$1/2 \uparrow$	1	2, 1, 0	$^3P_{0, 1, 2}$
sp	0	1	1	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	1	1P_1
sd	0	2	2	$1/2 \uparrow$	$1/2 \uparrow$	1	3, 2, 1	$^3D_{1, 2, 3}$
sd	0	2	2	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	2	1D_2
sf	0	3	3	$1/2 \uparrow$	$1/2 \uparrow$	1	4, 3, 2	$^3F_{2, 3, 4}$
sf	0	3	3	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	3	1F_3



الشكل (3.7.1a) مخطط مستويات الطاقة لذرة الكالسيوم

• السلسلة الرئيسية الناتجة من قفزات بين المستويات المنفردة
Chief Series Resulting from Transitions Between Singlet Levels

تعطي القفزات المسموحة بين المستويات المنفردة سلسلة رئيسية من خطوطا طيفية، لا يحدث انقسام او انفصال لهذه الخطوط الطيفية الناتجة من هذه القفزات. كمثال، نتناول طيف ذرة الكالسيوم وسمات السلاسل الأربعة التي مر ذكرها سابقا:
 (1) السلسلة الرئيسية يكون اصل الخطوط الطيفية في هذه السلسلة بسبب القفزات التالية:

$$4s \ 4s \leftarrow 4s \ np, \ n = 4, 5, \dots$$

أي، (المستوى الأرضي) $1S_0 \rightarrow n \ 1P$.

(2) السلسلة الحادة: تتبع خطوط هذه السلسلة عند القفزات : $4s \ ns \rightarrow 4s4p, \ n = 5, 6, \dots$ أي من المستوى $1S$ الى

$$\bar{V}_{\infty}^s = \bar{V}_{\infty}^d$$

المستوى الأسفل $1P$. يكون للسلسلة الحادة والسلسلة المنتشرة نهاية تقاربية مشتركة.

(3) السلسلة المنتشرة: تظهر خطوط هذه السلسلة عند القفزات $4s \ nd \rightarrow 4s \ 4P, \ n = 4, 5, 6, \dots$ أي، من المستوى $1D$ الى المستوى الأسفل $1P$.

(4) السلسلة الأصولية: تكون القفزات المنتجة لهذه السلسلة كما يلي:

$$4s \ 3d \leftarrow 4s \ nf, \ n = 4, 5, \dots$$

او، من المستوى $1F$ الى المستوى الأسفل $1D$.

في الحالة المنفردة، يكون فرق الأعداد الموجية بين النهاية المشتركة للسلسلة الحادة والمنتشرة ونهاية السلسلة الرئيسية يساوي العدد الموجي للخط الأول في السلسلة الرئيسية، وهذا أيضا لوحظ في السلسلة الثلاثية.

$$\bar{V}_{\infty}^s \text{ (or } \bar{V}_{\infty}^d) - \bar{V}_{\infty}^f = \bar{V}_1^f \quad \text{(in singlet and triplet both)}$$

وتعرف هذه النتيجة بقانون ريد بيرغ- سكواستر.

كذلك، يكون فرق العدد الموجي بين النهاية المشتركة للسلسلة الحادة والمنتشرة ونهاية السلسلة الأصولية يساوي العدد الموجي للخط الأول في السلسلة المنتشرة، وهذا ما لوحظ أيضا في الحالة الثلاثية. أي،

$$\bar{V}_{\infty}^s \text{ (or } \bar{V}_{\infty}^d) - \bar{V}_{\infty}^f = \bar{V}_1^f \quad \text{(in singlet and triplet both)}$$

وهذه النتيجة تعرف بقانون رانج Runge's law

• السلاسل الرئيسية من قفزات المستويات الثلاثية

Chief Series Resulting from Transition between Triplet Levels

(1) السلسلة الرئيسية

تنبعث خطوط هذه السلسلة عند القفز من المستويات 3P الى المستوى الأسفل 3S . ويتألف كل خط في هذه السلسلة من ثلاث مركبات متناقصة التباعد بينها. تقترب الخطوط من نهاية السلسلة المنفردة.

(2) السلسلة الحادة :

تنتج خطوط هذه السلسلة بسبب القفزات 3S الى المستوى الأسفل 3P . ويتألف كل خط في هذه السلسلة من ثلاث مركبات ذات تباعد ثابت. تسمى السلسلة الرئيسية والحادة في الحالة الثلاثية بالثلاثي البسيط *simple triplet*. كما يكون لهذه السلاسل نهاية مشتركة.

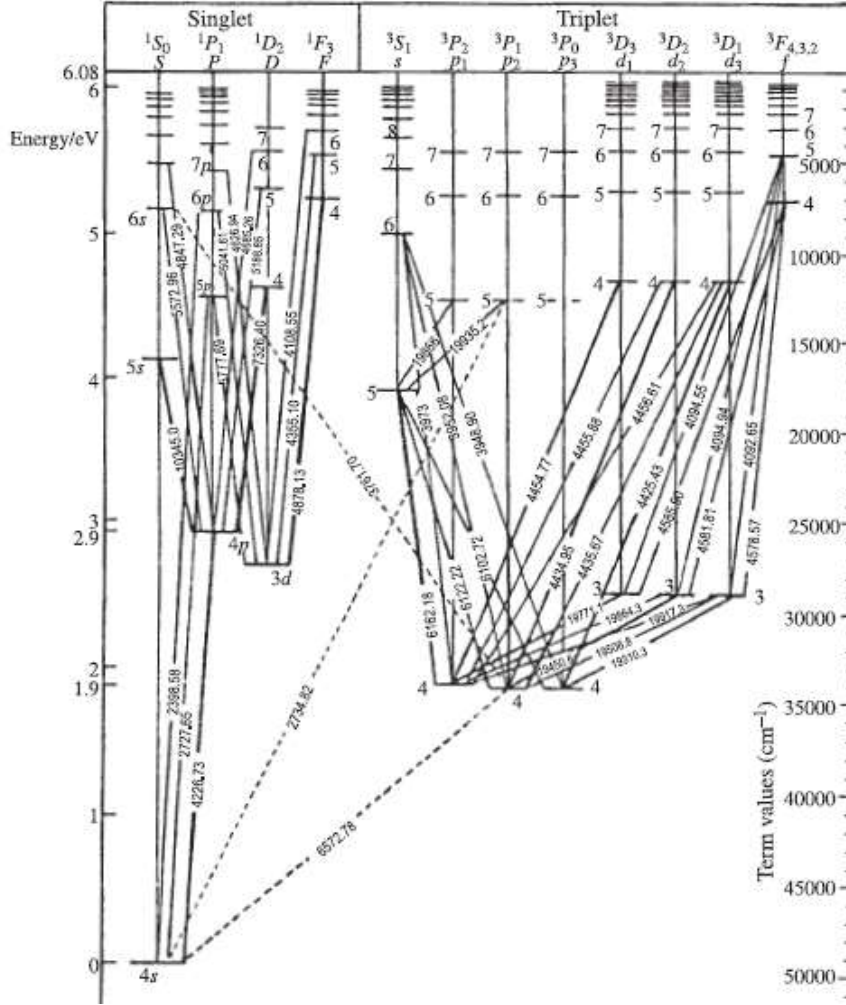
(3) السلسلة المنتشرة والسلسلة الأصولية:

تنتج خطوط السلسلة المنتشرة بسبب القفزات من 3D الى المستوى الأسفل 3P ، بينما تنتج خطوط السلسلة الأصولية بسبب القفزات من 3F الى المستوى المنخفض 3D . كما تحوي خطوط هاتين السلسلتين على ست مركبات – ثلاثة قوية وثلاثة ضعيفة. تسمى هذه الخطوط المتعددة بالثلاثي المركب *compound triplet*.

تكون الفترات بين حالات $^3P_{0,1,2}$ اكبر من تلك للحالات $^3D_{1,2,3}$. وكذلك، فترات $^3D_{1,2,3}$ اكبر من تلك للحالات $^3F_{2,3,4}$

وتتبع هذه الفتران قاعدة فترات لاندي. كما يكون ترتيب هذه الفترات عادي *normal*، بمعنى ان طاقة المستوى تزداد مع زيادة قيمة J

يوضح الشكل (3.7.1b) طيف الانبعاث لذرة الكالسيوم في الحالة المنفردة والثلاثية، وتظهر في الشكل القفزات بين مستويات الطاقة والحدود الطيفية والأعداد الموجية.



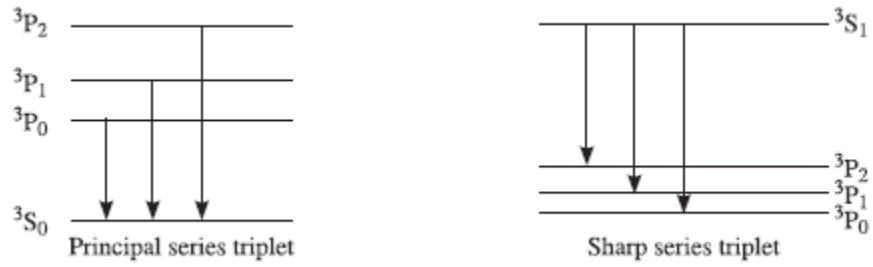
الشكل (3.7.1b) طيف انبعاث ذرة الكالسيوم.



كما يكون التوزيع الإلكتروني لذرة الكالسيوم كالتالي:

وفقا لقاعدة لاندي، تكون النسبة بين الفترات $^3P_2 - ^3P_1$ and $^3P_1 - ^3P_0$ كنسبة 2:1 ، بينما تكون

الفترات $^3D_3 - ^3D_2$ and $^3D_2 - ^3D_1$ بنسبة 3:2 . (لاحظ الشكل 3.7.2a)



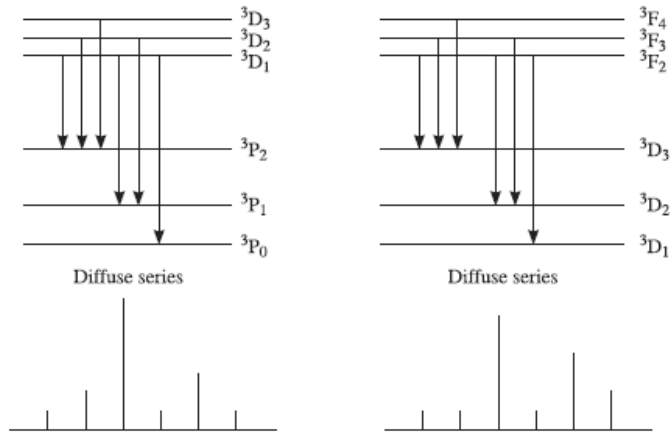
الشكل (3.7.2a) تمثيل الفترات بين مستويات الطاقة في السلسلة الرئيسية والحادة للحالة الثلاثية.

كما تكون مكونات التركيب الدقيق الثلاثي اكثر شدة *more intense* في حالة تغير كلا من *L* و *J* في نفس الإتجاه (زيادة او نقصان) وكذلك التغيرات التي تشمل قيم *J* الكبرى تكون هي الأقوى *strongest*. (لاحظ شكل (3.7.2b) ، حيث يعطي الشكل على اليسار شدة خطوط السلسلة الرئيسية والشكل على اليمين خاص بشدة خطوط السلسلة الحادة.



الشكل (3.7.2b) نسب شدة الخطوط في السلسلة الرئيسية والحادة

وبالمثل ، تكون صفات السلسلة المنتشرة على نحو المبين في الشكل (3.7.2c):



الشكل (3.7.2c) القفزات في السلسلة المنتشرة.

(3.8) القفزات بين حالات الطاقة الثلاثية Transitions between Triplet Energy States

أيضا، تنتج القفزات المسموحة بين المستويات الثلاثية اربع سلاسل رئيسية (الحادة، الرئيسية، المنتشرة، و الأصولية). يوضح الجدول هذه القفزات وعدد مكونات كل خط. وتخضع هذه القفزات لقواعد الانتقاء :

$$\Delta S = 0, \Delta L = 0, \pm 1, \Delta J = 0, \pm 1, \quad (0 \rightarrow 0 \text{ excluded})$$

ولا يوجد أي قيد على التغير في قيمة n . في بعض الحالات يمكن ملاحظة قفزات بين المستويات المنفردة والثلاثية.

Series	Number of components	Transitions
Sharp	3	$4^3P_2 \leftarrow n^3S_1$
		$4^3P_1 \leftarrow n^3S_1$
		$4^3P_0 \leftarrow n^3S_1$
Principal	3	$5^3S_1 \leftarrow n^3P_2$
		$5^3S_1 \leftarrow n^3P_1$
		$5^3S_1 \leftarrow n^3P_0$
Diffuse	6	$4^3P_2 \leftarrow n^3D_3$
		$4^3P_2 \leftarrow n^3D_2$
		$4^3P_2 \leftarrow n^3D_1$
		$4^3P_1 \leftarrow n^3D_2$
		$4^3P_1 \leftarrow n^3D_1$
		$4^3P_0 \leftarrow n^3D_1$
Fundamental	3	$3^3D_3 \leftarrow n^3F_{4, 3, 2}$
		$3^3D_2 \leftarrow n^3F_{4, 3, 2}$
		$3^3D_1 \leftarrow n^3F_{4, 3, 2}$

(3.9) قواعد الشدة Intensity Rules

تكون الخطوط الناتجة من القفزات ، التي تتغير فيها قيم L و J معا بنفس الكيفية (اما بالزيادة او النقصان) هي الأكثر قوة $stronger$. من بين هذه الخطوط، تعطى القفزة التي تشتمل $involved$ على الأكبر لقيم L و J الخط الأقوى $strongest$ line.

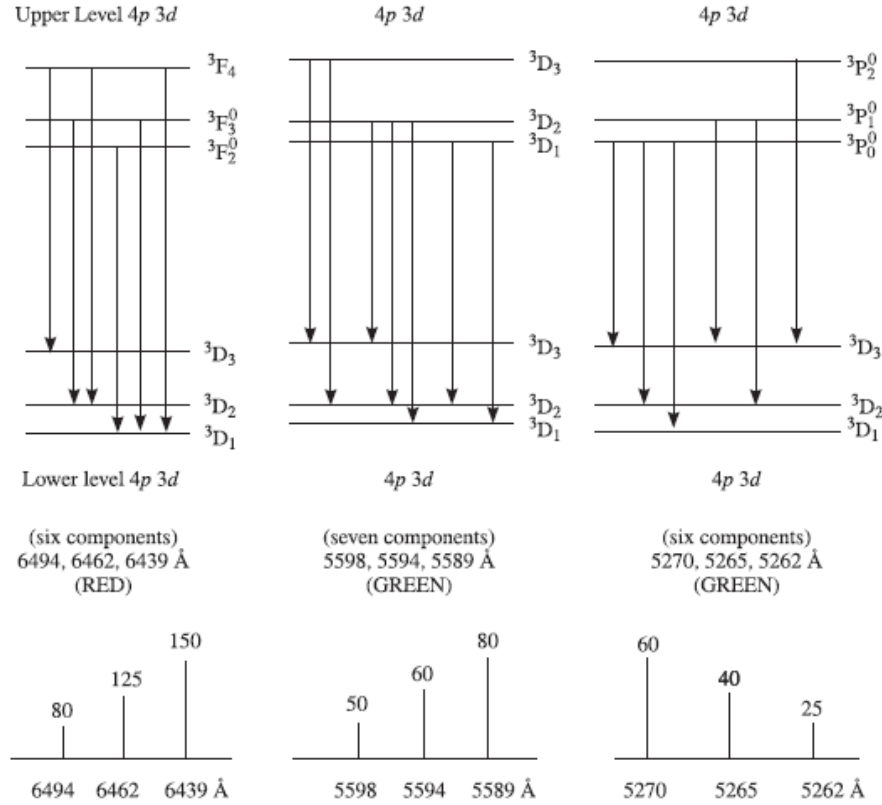
The Great Calcium Triads

(3.10) ثلاثي الكالسيوم الكبير

تبعث عناصر الكالسيوم، السترونتيوم، والباريوم ثلاث مجموعات بارزة من الخطوط غير المنتمية للسلاسل الرئيسية المنفردة والثلاثية. تسمى هذه المجموعات الثلاثة بثلاثي الكالسيوم الكبير. في حالة ذرة الكالسيوم، تظهر هذه

الخطوط من القفرات التي تبدأ من الحد الطيفي الثلاثي $^3D_{1, 2, 3}$ and $^3F_{2, 3, 4}$ وتنتهي $^3P_{0, 1, 2}$ و $^3D_{1, 2, 3}$. كما تنتج الحدود السفلى من الحالة $4s\ 3d$.

ويتكون كل خط طيفي في الثلاثي من ثلاث خطوط قوية وثلاث او اربع خطوط ضعيفة (باهتة). يوضح الشكل (3.10.1) الخطوط الطيفية للثلاثي في حالة ذرة الكالسيوم.



الشكل (3.10.1) الثلاثي الكبير لذرة الكالسيوم

(3.11) طيف ذرة الهيليوم

تحتوي ذرة الهيليوم على الكترونين في القشرة الأولى. كما يشبه طيف ذرة الهيليوم طيف عناصر الأتربة القلوية في كثير من النواحي. على فرض اقتران L-S ، سنكتب أولا الحالة الأرضية لذرة الهيليوم. في الحالة الطبيعية ، يكون نظام (هينة) التوزيع الإلكتروني في الذرة كما يلي $1s 1s$. عندما يكون غزل الإلكترونين في اتجاهين متضادين ، يكون رقم الغزل الكلي الكمي $S = s_1 \oplus s_2 = 0$ ، تسمى ذرة الهيليوم في هذه الحالة **باراهيليوم** *parahelium*. وتكون الأرقام الكمية للحالة الأرضية ($1s 1s$) لهذه الذرة على النحو

$$l_1 = 0, l_2 = 0, L = 0, s_1 = 1/2 (\uparrow), s_2 = 1/2 (\downarrow), S = 0, J = L \oplus S = 0.$$

كما يمكن كتابة الرمز الحدي على النحو : 1^1S_0 (الحالة المنفردة). اما الرموز الحدية للحالة المتباعدة في ذرة الباراهيليوم فتكون كما في الجدول التالي

Configuration	l_1	l_2	L	s_1	s_2	S	J	Symbol
$1s 2s$	0	0	0	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	0	2^1S_0
$1s 2p$	0	1	1	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	1	2^1P_1
$1s 3s$	0	0	0	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	0	3^1S_0
$1s 3p$	0	1	1	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	1	3^1P_1
$1s 3d$	0	2	2	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	2	3^1D_2
$1s 4s$	0	0	0	$1/2 \uparrow$	$1/2 \downarrow$	0	0	4^1S_0

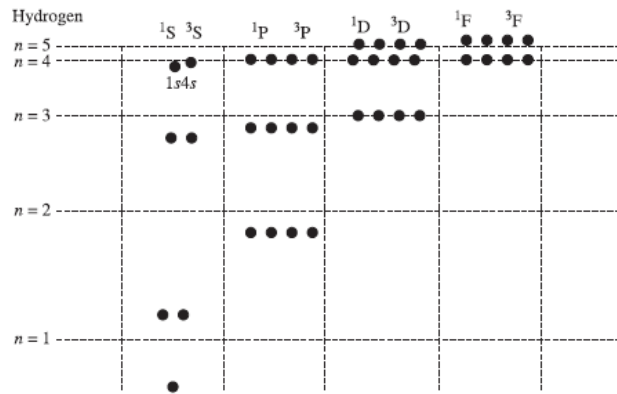
ولهذا تكون حالات ذرة الباراهيليوم منفردة ، بمعنى ان J تملك قيمة واحدة فقط لكل قيمة من L .

اما الحالة $1s 1s$ لذرة الهيليوم التي يكون فيها غزل الإلكترونين في نفس الاتجاه (غزل متوازي $\uparrow\uparrow$) ، يكون $S = 1$ تسمى **اورثوهيليوم Orthohelium**. في هذه البنية ، تكون الأرقام الكمية الأربعة لكل من الإلكترونين متشابهة ، وهذا يخالف قاعدة باولي الاستثنائية. ويرمز للحالة ، التي تملك $L = 0, S = 1, J = 1, r = 3$ بالرمز 3S_1 . كما تمنع قاعدة باولي وجود هذه الحالة (3S_1). ولهذا ، لا يكون أي تواجد للحالة السفلى $1s 1s$ لذرة اورثوهيليوم ، وتكون الحالة المستتارة الأولى هي $1s 2s$.

يوضح الجدول التالي الحدود الطيفية للحالات المهيجة لذرة اورثوهيليوم .

Configuration	l_1	l_2	L	s_1	s_2	S	J	Symbol
$1s 2s$	0	0	0	$1/2\uparrow$	$1/2\uparrow$	1	1	2^3S_1 (lowest excited state)
$1s 2p$	0	1	1	$1/2\uparrow$	$1/2\uparrow$	1	0, 1, 2	$2^3P_0, 2^3P_1, 2^3P_2$
$1s 3s$	0	0	0	$1/2\uparrow$	$1/2\uparrow$	1	1	3^3S_1
$1s 3p$	0	1	1	$1/2\uparrow$	$1/2\uparrow$	1	0, 1, 2	$3^3P_0, 3^3P_1, 3^3P_2$
$1s 3d$	0	2	2	$1/2\uparrow$	$1/2\uparrow$	1	1, 2, 3	$3^3D_1, 3^3D_2, 3^3D_3$

كما يبين الشكل (3.11.1) مستويات الطاقة لذرة الهيليوم بالمقارنة مع تلك في ذرة الهيدروجين.



الشكل (3.11.1) مستويات الطاقة في ذرة الهيليوم.

تكون الحالات المثيجة في ذرة اورثوهيليوم ثلاثية. لهذا، تنقسم حالات الطاقة في الهيليوم الى حالات منفردة (باراهيليوم) و ثلاثية (اورثوهيليوم). تملك الباراهيليوم مستوى طاقة إضافي مقابل للهيئة (التكوين) $1s 1s$ ، وهذا المستوى غير موجود في حالة اورثوهيليوم.

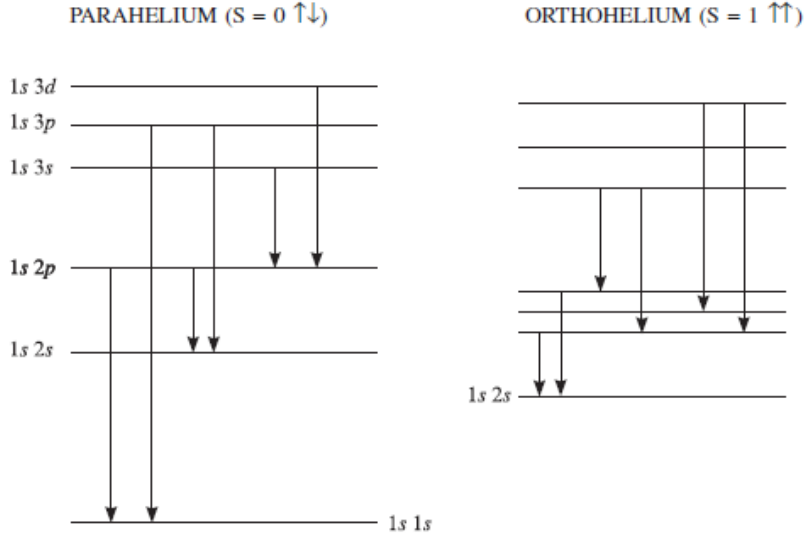
كما يلاحظ التسلسلات الرئيسية (الحادة، الرئيسية، المنتشرة، والأصولية) في الأنظمة المنفردة والثلاثية. وتقع السلسلة الرئيسية في النظامين في المنطقة المرئية، والمنطقة فوق بنفسجية القريبة والبعيدة. في حالة الباراهيليوم، تنشئ السلسلة الرئيسية نتيجة القفزات من الحالة P العلوية الى الحالة الأرضية.

كما يكون مخطط مستوى الطاقة والقفزات الخاضعة لقواعد الانتقاء :

$$\Delta L = 0, \pm 1, \quad \Delta S = 0,$$

$$\Delta J = 0, \pm 1 \quad (0 \rightarrow 0 \text{ excluded})$$

على النحو التالي:

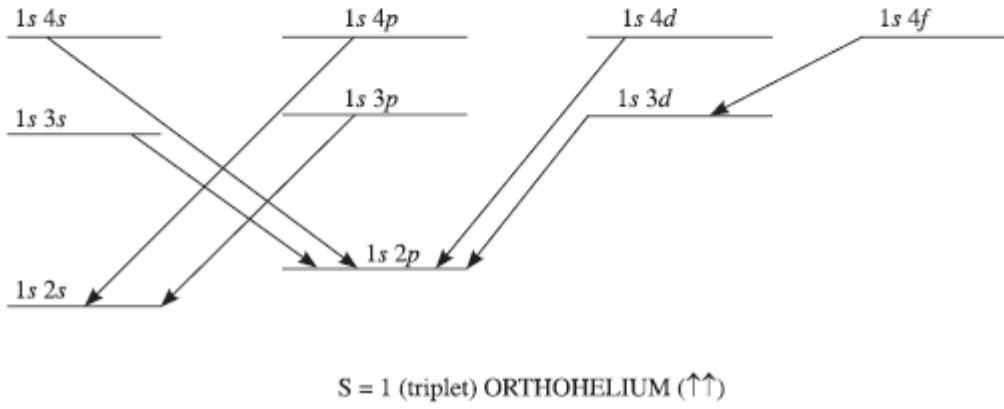
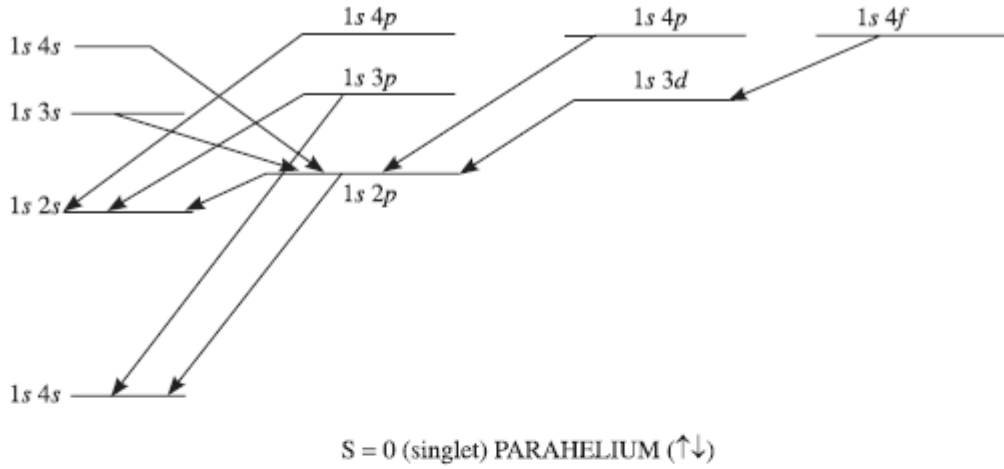


الشكل (3.11.2) طيف ذرة الهيليوم.

بسبب قاعدة الانتقاء $\Delta S = 0$ فإنه لا يوجد قفزات بين الحالات المنفردة والحالات الثلاثية ولذا لا يلاحظ خطوط ترابطية داخلية بين هذه الحالات *inter-combination lines* في طيف الهيليوم. وعليه، ينتج هذا الطيف بسبب القفزات الحادثة في احدى المجموعات او الأخرى.

كما تمنع القاعدة ΔS انحلال الحالة الثلاثية (S=1) الى الحالة الأرضية (S=0). هذه القفزات تحدث فقط بمخالفة قواعد الانتقاء فقط ولذلك هي نادرة الحدوث وذات احتمالية منخفضة جدا. مستويات الطاقة التي لها احتمالية انحلال قليلة تدوم لفترة زمنية طويلة حتى تنحل وتسمى بالحالات شبه المستقرة *metastable states*. كما يمكن لذرة أورثوهيليوم (↑↑) ان تفقد طاقتها المهيجة بالتصادم وتصبح ذرة باراهيليوم (↑↓)، ويمكن لذرة الباراهيليوم ان تتهيج بالتصادم لتصبح ذرة أورثوهيليوم. وعليه، يكون الهيليوم العادي مزيجا من الشكلين.

يوضح الشكل (3.11.3) اصل طيف الهيليوم للحالات المنفردة والثلاثية لذرات الباراهيليوم و أورثوهيليوم.



شكل (3.11.3) أصل طيف الهيليوم.

تمارين

- (1) ارسم مخططا لمستويات الطاقة في ذرة الصوديوم واستخدم ذلك لمناقشة صفات ساليينت لطيف المعادن القلوية.
- (2) (a) لماذا نحصل على خطوط السلسلة الرئيسية في طيف الامتصاص للمعادن القلوية ، بينما نلاحظ كل السلاسل الأربعة في طيف انبعاث هذه المعادن؟
(c) صف التركيب الدقيق المزدوج في طيف المعادن القلوية ووضح ذلك على ضوء التفاعل المداري – الغزلي؟

- (3) اذا تهيح الكترون التكافؤ في ذرة الصوديوم الى الحالة 4^2D ، ما هي الطرق المختلفة المتاحة لعودته الى الحالة الطبيعية $3^2S_{1/2}$ ، ارسم مخطط مستويات الطاقة لهذه القفزات؟
- (4) اذا كانت الخطوط الطيفية لتركييب مزدوج هي صفات مميزة لأطياف المعادن القلوية. كيف يمكن تفسيرها باستخدام فكرة الغزل الإلكتروني؟
- (5) اكتب تعبيراً لمستويات الطاقة للمعادن القلوية ووضح سبب ادخال حد الخلل الكمي في هذا التعبير؟ عين السلسلة المختلفة لذرة الصوديوم التي لها خلل كمي يساوي 1.37 و 0.88. ومن ثم جد طول موجة الخط الطيف عند انتقال $3p \rightarrow 3s$ ؟
- (6) وضح ماذا نعني بالتركيب الدقيق لخطوط الطيف؟ ثم صف كيف ان غزل الإلكترون المرتبط مع الحركة المدارية يفسر هذا التركيب في حالة العناصر القلوية؟
- (7) فاضل بين المدار المخترق وغير المخترق. وبرهن ان الخلل الكمي لذرة ما يتوقف على الرقم الكمي السمتي azimuthal quantum number ولا يعتمد على الرقم الكمي الرئيسي؟
- (8) ناقش صفات (سمات) ساليينت لطيف المعادن الأتربة القلوية؟
- (9) ماذا نعني بثلاثي الكالسيوم العظيم triads وما هو أصلها؟
- (10) فسر السلاسل المنفردة والثلاثية في نظام الكتروني ذي الكتروني تكافؤ؟
- (11) اعط تفسيراً على شكل مخطط لنشوء خطوط السلسلة المنفردة والثلاثية في طيف ذرة الهيليوم؟
- (12) ارسم مخطط مستويات الطاقة لذرة الكالسيوم على أساس تهييج أحد الإلكترونات فقط. ثم استخدم هذا المخطط لتلخيص الصفات الضرورية لطيف عناصر الأتربة القلوية؟

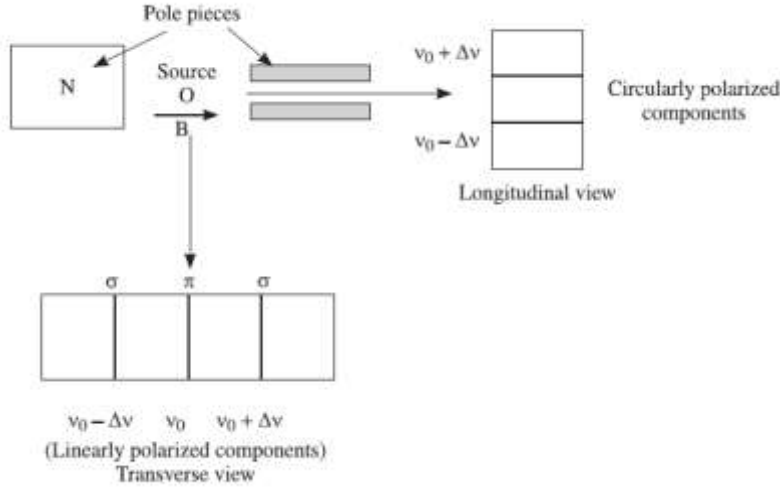
الفصل الرابع: الظواهر الكهروضوئية والمغناطوسوية

Magneto- & Electro- Optic Phenomena

نتناول في هذا الفصل ظاهرة زيمان والتفسير الكمي لها ، ونعرض شذوذ هذه الظاهرة. كما نستعرض ظاهرة باسكن - باك لذرات أحادية الكترون التكافؤ وثنائية الكترونات التكافؤ. كما ندرس ظاهرة ستارك والانقسامات في الخطوط الطيفية بسبب هذه الظاهرة.

(4.1) ظاهرة زيمان

في عام 1896 اكتشف العالم زيمان ان عند وضع مصدر ضوئي في مجال مغناطيسي، فإن الخطوط الطيفية المنبعثة من الذرات تنقسم الى عدد من المكونات. وعرفت هذه الظاهرة بظاهرة زيمان *Zeeman Effect*. لنفرض ان مصدر ضوئي يبعث خطا طيفيا بتردد ν_0 بدون المجال المغناطيسي. عند تسليط مجالا مغناطيسيا على هذا المصدر والنظر الية بشكل مستعرض *transverse* مع المجال، نلاحظ ثلاث خطوط طيفية متباعدة بالتساوي وبتردد كالتالي $\nu_0 + \Delta\nu, \nu_0, \nu_0 - \Delta\nu$. ويسمى التغير في التردد بإنزياح زيمان (الشكل 4.1.1).



الشكل (4.1.1) ظاهرة زيمان.

في النظر المستعرض، نشير للخط المركزي بمركبة π والخطوط الخارجية بالمركبات σ . يكون مستوى الذبذبة (متجه المجال الكهربائي) للخط المركزي (مركبة π) موازيا لإتجاه المجال المغناطيسي B، بينما تكون المركبات σ (الخطوط الخارجية) متعامدة مع اتجاه ذلك المجال. عند النظر الى المجال المغناطيسي بشكل مواز (نظرا طوليا) *Longitudinal view*، نلاحظ فقط خطين طيفيين بتردد $\nu_0 + \Delta\nu, \nu_0 - \Delta\nu$. ويكون كلا الخطان مستقطبة

دائريا circularly polarized ، حيث الخط ذو التردد العالي يكون مستقطب بشكل دائري يساري والخط الأقل ترددا يكون مستقطب بشكل دائري يميني.

• التفسير الميكانيكي الكمي

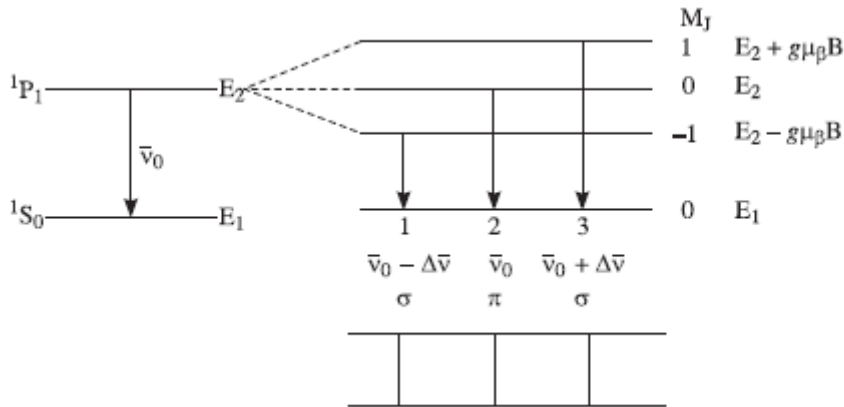
تحدث ظاهرة زيمان العادية في حالة الذرات التي يكون فيها $S=0$ بمعنى وجود عدد زوجي من الإلكترونات التكافؤ مما يسبب في الغاء او تلاشي محصلة الغزل في هذه الذرات. وبعبارة اخرى، شرط حدوث ظاهرة زيمان هو ان يكون الزوج من مستويات الطاقة المشمولة في عملية القفز المنتجة للخطوط الطيفية منفردا singlet. أي $S=0, g=1$ لكل من المستويات الابتدائية والنهائية. عندما تتعرض ذرة تملك عزما مغناطيسيا لمجال مغناطيسي، تنقسم مستويات طاقتها الى عدد من المركبات التي تسمى بالمستويات الفرعية (مستويات زيمان). والقفزات بين مجموعتين من هذه المستويات الفرعية تؤدي الى انقسام الخطوط الطيفية. لنفرض ان الذرة وضعت في مجال مغناطيسي B يعمل في اتجاه محور Z . يكون التغيير في طاقة مستويات الذرة بسبب هذا المجال كما يلي

$$\Delta E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B = -\left(-\frac{e}{2m}\right)gJ_z B = g\frac{eh}{2m}BM_J = g\mu_B BM_J \quad \dots(4.1.1)$$

وعليه، تنقسم مستويات الطاقة المميزة بالرقم الكمي J الى مستويات فرعية متباعدة اعداد صحيحة وعددها $2J+1$. كما يتوقف مقدار الانقسام على معامل g . في غياب المجال المغناطيسي، تكون المستويات الفرعية المختلفة في M_J متساوية في الطاقة (تكون مستويات منحلة degenerate. بتطبيق المجال المغناطيسي تزول هذه الانحلالية وتصبح المستويات الفرعية المختلفة في M_J بطاقات مختلفة.

على سبيل المثال، لنعتبر الانقسام في الخط الطيفي الناجم عن القفزة $^1P_1 \rightarrow ^1S_0$ (هذه المستويات المشمولة في انبعاث خطوط السلسلة الرئيسية لذرات الأتربة القلوية). للمستوى السفلي 1S_0 ، تكون الأرقام الكمية التالية: $L = 0, S = 0, g = 1, M_J = 0$. وهذا المستوى لا ينقسم في المجال المغناطيسي. بينما للمستوى العلوي 1P_1 ، تكون الأرقام الكمية التالية:

$L = 1, S = 0, J = 1, g = 1, M_J = -1, 0, 1$. وهذا المستوى ينقسم الى ثلاث مستويات فرعية. يوضح الشكل (4.1.2) القفزات المسموحة في هذه الحالة.



الشكل(4.1.2) ظاهرة زيمان العادية.

لنفرض ان E_1, E_2 هي طاقة المستوى السفلي والعلوي على الترتيب في غياب المجال المغناطيسي. يكون العدد الموجي لخط الطيف الناجم من القفز بين هذه الطاقات كالتالي

$$\bar{\nu}_0 = \frac{E_2 - E_1}{hc} \quad \dots(4.1.2)$$

بحضور المجال المغناطيسي الخارجي B ، لا ينقسم المستوى السفلي بينما ينقسم المستوى العلوي الى ثلاث مستويات فرعية بطاقات مختلفة. تعطى طاقة المستوى العلوي وطاقة المستوى السفلي كما يلي

$$E'_2 = E_2 + \Delta E = E_2 + \mu_B B M_J, \quad M_J = -1, 0, 1$$

$$E'_1 = E_1$$

كما يكون العدد الموجي للخطوط الناجمة من القفزات بين هذه المستويات كالتالي

$$\bar{\nu} = \frac{E'_2 - E'_1}{hc} = \frac{E_2 - E_1}{hc} + \frac{\mu_B B M_J}{hc}, \quad M_J = -1, 0, 1$$

$$\bar{\nu} = \bar{\nu}_0 + \left(\frac{\mu_B B}{hc} \right) M_J \quad \dots(4.1.3)$$

يسمى العدد $\frac{\mu_B B}{hc} = \frac{eB}{4\pi mc} = L_0 = 46.7 \text{ B m}^{-1}$ عدد لورنتس *Lorentz number* . بدلالة هذا العدد يمكن إعادة كتابة معادلة (4.1.3) على النحو

$$\bar{\nu} = \bar{\nu}_0 + L_0 M_J \quad \dots(4.1.4)$$

بالتعويض بدل القيم $M_J = -1, 0, 1$ ، نحصل على ثلاثة اعداد موجية للخطوط الطيفية التي انقسم اليها الخط الأصلي تحت تأثير المجال وهي

$\bar{\nu}_0 - L_0, \bar{\nu}_0, \bar{\nu}_0 + L_0$. يكون انزياح زيمان في العدد الموجي كما يلي

$$\Delta \bar{\nu} = \bar{\nu} - \bar{\nu}_0 = L_0 = \frac{eB}{4\pi mc} \quad \dots(4.1.5)$$

اما الانزياح المقابل في طول الموجة (باشتقاق طول الموجة بالنسبة للعدد الموجي) يكون كما يلي $(|\Delta \lambda| = \lambda^2 \cdot \Delta \bar{\nu})$. وعليه يكون،

$$\Delta\lambda = \frac{eB\lambda^2}{4\pi mc} \quad \dots(4.1.6)$$

وهكذا، يتألف نموذج زيمان العادي من ثلاثة خطوط طيفية بأعداد موجية

$$\lambda + \Delta\lambda, \lambda \text{ and } \lambda - \Delta\lambda. \quad \text{او اطوال موجية } \bar{\nu}_0 - \Delta\bar{\nu}, \bar{\nu}_0, \bar{\nu}_0 + \Delta\bar{\nu}$$

• الإستقطاب Polarization

برهن التحليل الميكانيكي الكمي ان الخط الطيفي الذي له استقطاب σ ينتج من القفزات التي تحقق $M_J = \pm 1$ بينما يكون الاستقطاب π ناتجا عند القفزات التي تحقق $M_J = 0$ (مع استثناء القفزات $0 \rightarrow 0$).

كمثال آخر ، لنعتبر ظاهرة زيمان العادية لأنقسام خط الطيف في السلسلة المنتشرة لذرة الكاديوم والناتج من القفزة $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ بين المستويات المنفردة. تكون الأرقام الكمية للمستوى السفلي كما يلي:

$$L = 1, S = 0, J = 1, g = 1, M_J = -1, 0, 1.$$

وعليه، ينقسم هذا المستوى الى ثلاث مستويات فرعية. بينما نجد ان المستوى العلوي له الأرقام الكمية التالية:

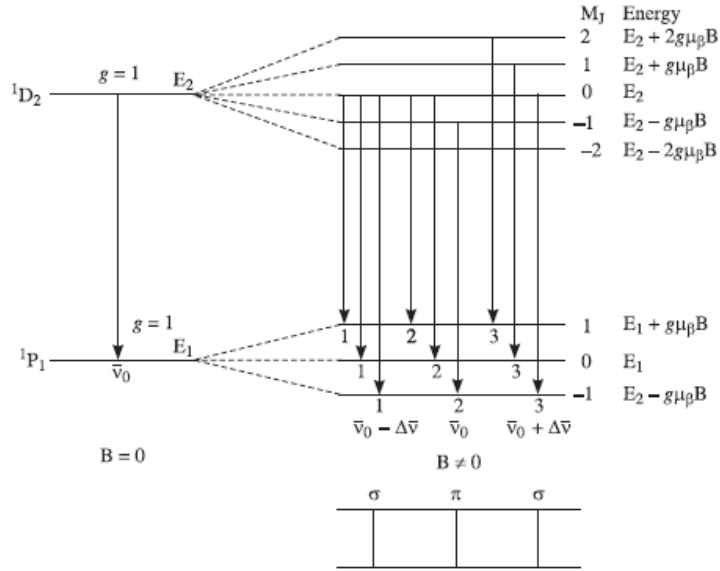
$$L = 2, S = 0, J = 2, g = 1, M_J = -2, -1, 0, 1, 2.$$

وعليه، ينقسم هذا المستوى الى خمس مركبات (الشكل 4.1.3). تكون قواعد الاختيار للقفزات المسموحة كما يلي:

$$\Delta M_J = 0, \pm 1$$

تؤدي القفزات التي تجعل $\Delta M_J = 0$ الى انبعاث الخط الطيفي منفرد بعدد موجي $\bar{\nu}_0$ ، بينما القفزات تجعل

$\Delta M_J = 1$ تؤدي الى خط منفرد بعدد موجي $\bar{\nu}_0 - \Delta\bar{\nu}$ ، كما يقابل القفزة $\Delta M_J = -1$ خط منفرد بعدد موجي $\bar{\nu}_0 + \Delta\bar{\nu}$. يبين الشكل (4.1.3) هذه القفزات وتردداتها.



الشكل (4.1.3) انقسام زيمان العادي للخطوط الطيفية.

يرافق القفزات (1) المبينة في الشكل أعلاه تغير في الطاقة متساوي المقدار لكل الحالات ولهذا نحصل على خط طيفي منفرد وبعده موجي يساوي:

$$\bar{\nu} = \frac{E_2 - E_1}{hc} - \frac{\mu_B B}{hc} = \bar{\nu}_0 - \Delta\bar{\nu} \quad \dots(4.1.7)$$

حيث $\Delta\bar{\nu}$ تمثل انزياح زيمان وتعطى كما يلي

$$\Delta\bar{\nu} = \frac{\mu_B B}{hc} = L_0 = \frac{eB}{4\pi mc} \text{ is Lorentz number}$$

$$\Delta\bar{\nu} = \frac{eB}{4\pi mc} \quad \dots(4.1.8)$$

بينما يصاحب القفزات المرقمة (2) في الشكل تغير في الطاقة $E_2 - E_1$ وتعطى خط طيفي بعدد موجي:

$$\bar{\nu}_0 = \frac{E_2 - E_1}{hc}$$

بالمثل، تعطى القفزات المرقمة (3) في الشكل خطا طيفيا منفردا وبعده موجي: $\bar{\nu} = \bar{\nu}_0 + \Delta\bar{\nu}$. كما يكون

الانزياح في طول الموجة المقابل كما يلي

$$\Delta\lambda = \frac{eB\lambda^2}{4\pi mc} \quad \dots(4.1.9)$$

• ملخص قواعد الإستقطاب

- (1) النظر المتعامد مع B: يكون مستوى الذبذبة موازي للمجال المغناطيسي في حالة الخط الطيفي الناتج من القفزة المحققة لقاعدة الانتقاء ، بينما يكون هذا المستوى متعامدا على المجال في الحالة المحققة لقاعدة الانتقاء $\Delta M_J = \pm 1$.
- (2) النظر الموازي للمجال B: تعطي القفزات المحققة للقاعدة $\Delta M_J = \pm 1$ خطوط طيفية مستقطبة دائريا circular polarization. بينما تكون القفزات المحققة للقاعدة $\Delta M_J = 0$ ممنوعة.

(4.2) ظاهرة زيمان الشاذة Anomalous Zeeman Effect

عند وضع الذرة في مجال مغناطيسي خارجي، يصبح سلوك متجه الزخم الزاوي معقدا بشكا عام. ويعود السبب في ذلك الى ان العزوم المغناطيسية المرافقة للحركة المدارية والغزلية تتفاعل معا ومع المجال الخارجي. كما لا يوجد وصفا مبسطا للحركة ممكنا عندما تكون هذه المجالات من متقاربة في المقدار. مع ذلك، تكون المعالجة التقريبية ممكنة عندما يكون أحد المجالات أكبر من الأخر.

• تقريب المجال الضعيف

عندما يكون المجال المغناطيسي الخارجي اصغر بالمقارنة مع المجال الناتج من الاقتران المداري-الغزلي، فإن اقتران L-S مصونا intact. كما يكون لمحصلة المتجهات \mathbf{L} , \mathbf{S} (\mathbf{J}) لها أهمية فيزيائية. كما ان المتجهات \mathbf{L} , \mathbf{S} تترنح precess حول المتجه \mathbf{J} بمعدل اسرع من ترنحها حول المجال المغناطيسي الخارجي. كما يسمح الفضاء الكمي للمتجه \mathbf{J} ان يتخذ قيم منفصلة discrete values لمسقطه في اتجاه هذا المجال وتكون كما يلي

$$|J_z| = M_J \hbar, \quad M_J = -j, -j+1, \dots, +j.$$

تكون طاقة التفاعل المغناطيسية كالتالي

$$\Delta E = -\mu \cdot \vec{B} = g\mu_B B M_J \quad \dots(4.2.1)$$

$$L, S, J \text{ by } l, s, j$$

(ملاحظة: في حالة ذرة أحادية الكترون التكافؤ ، نستبدل المتجهات كما يلي

والأرقام الكمية تستبدل على النحو : $(L, S, J, \text{ and } M_J \text{ by } l, s, j \text{ and } m_j)$.

في 1907 لاحظ العالم رونج Runge ان الخط الطيفي ينقسم الى اكثر من ثلاث مكونات ، ومقدار الانقسام يكون على شكل كسر نسبي لانقسام زيمان العادي. أي،

$$\Delta\bar{\nu} = \left(\frac{p}{q} \right) \Delta\bar{\nu}_{\text{normal}}, \quad p \text{ and } q \text{ being integers. (Runge's Law)} \quad \dots(4.2.2)$$

وسمي ذلك بانقسام زيمان الشاذ . لتوضيح هذا الانقسام نورد هذين المثالين التاليين:

(1) انقسام خطوط D لذرة الصوديوم.

ينشئ الخط D_1 (5896A⁰) نتيجة للقفزة $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ ، بينما ينشئ الخط D_2 (5890A⁰) نتيجة للقفزة $^2S_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$. تكون الأرقام الكمية للمستويات المشمولة في هذه القفزات كما يلي

Term	L	S	J	g	M_J	gM_J
$^2P_{3/2}$	1	1/2	3/2	4/3	3/2, 1/2 -1/2, -3/2	2, 2/3 -2/3, -2
$^2P_{1/2}$	1	1/2	1/2	2/3	1/2, -1/2	1/3, -1/3
$^2S_{1/2}$	0	1/2	1/2	2	1/2, -1/2	1, -1

كما تخضع القفزات المسموحة لقواعد الانتقاء : $\Delta M_J = 0, \pm 1$

ينقسم المستوى $^2S_{1/2}$ (for which $L = 0, S = 1/2, J = 1/2, g' = 2$) الى مستويين فرعيين ، بينما ينقسم المستوى :

الى مستويين فرعيين. وهكذا، ينقسم المستوى $^2P_{3/2}$ الى

اربعة مستويات فرعية (حيث يوجد أربعة قيم ل ΔM_J) (لاحظ الجدول).

لنفرض ان E_1, E_2, E_3 هي طاقات المستويات: $^2S_{1/2}, ^2P_{1/2},$ and $^2P_{3/2}$ على الترتيب في حالة غياب المجال المغناطيسي. ويقابل هذه القيم في حالة وجود المجال المغناطيسي القيم المؤشر عليها بالفتحة. تكون الأعداد الموجبة للخطوط في غياب المجال B كالتالي

$$\bar{\nu}_0 = \frac{E_2 - E_1}{hc}, \quad D_1 - \text{line}$$

$$\bar{\nu}_0 = \frac{E_3 - E_1}{hc}, \quad D_2 - \text{line}$$

بحضور المجال المغناطيسي ، نجد ان قيم طاقات المستويات هي

$$E'_1 = E_1 + \mu_B B g' M'_J$$

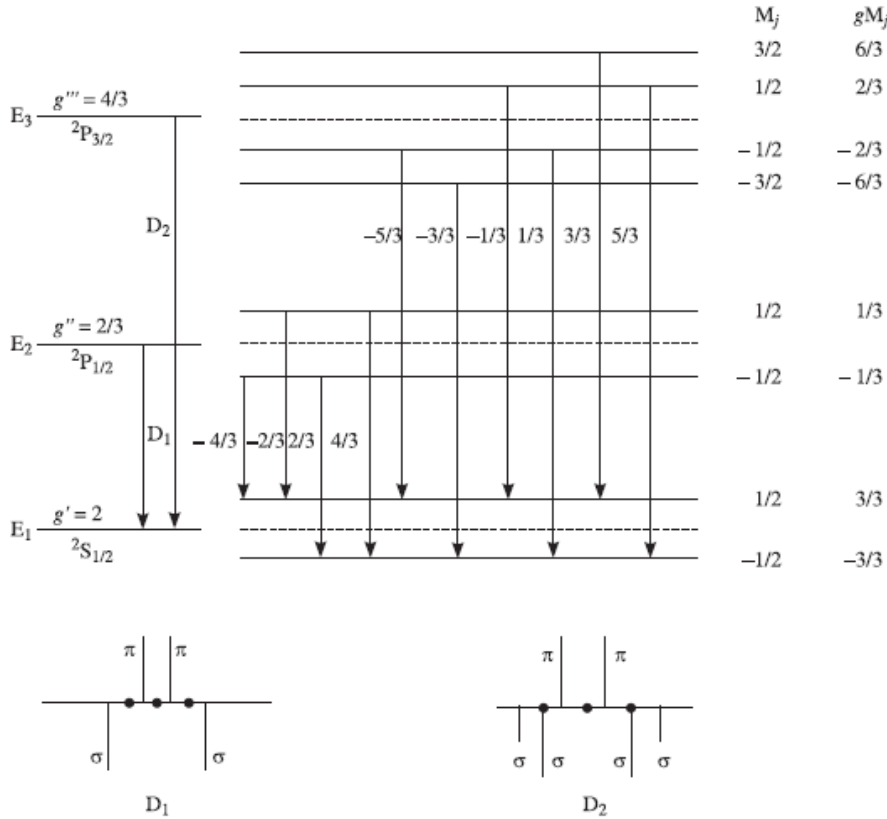
$$E'_2 = E_2 + \mu_B B g'' M''_J$$

$$E'_3 = E_3 + \mu_B B g''' M'''_J$$

كما تكون الأعداد الموجبة للخطوط الناتجة من القفزات $^2 S_{1/2} \rightarrow ^2 P_{1/2}$ هي

$$\begin{aligned} \bar{\nu} &= \frac{E'_2 - E'_1}{hc} = \frac{E_2 - E_1}{hc} + \frac{(g'' M''_J - g' M'_J)}{hc} \mu_B B \\ &= \bar{\nu}_0 + (g'' M''_J - g' M'_J) L_0 \end{aligned} \quad \dots(4.2.3)$$

تعطى قيم $(g'' M''_J - g' M'_J)$ لكل خط بجانب الخط الرأسي المبين للقفزات في الشكل (4.2.1) ، النقطة اسفل الشكل تبين موقع الثلاثي العادي ،



الشكل(4.2.1) ظاهرة زيمان الشاذة لخطوط السلسلة الرئيسية المزدوجة في الصوديوم.

نلاحظ اختفاء الخط الأصلي عند تشغيل المجال المغناطيسي. بتعويض قيم g و قيم M_J نحصل على الأعداد الموجبة للخطوط الأربعة الناتجة عن القفز بين المستويين وهي

$$\bar{\nu}_1 = \bar{\nu}_0 - \frac{4}{3}L_0, \quad \bar{\nu}_2 = \bar{\nu}_0 - \frac{2}{3}L_0, \quad \bar{\nu}_3 = \bar{\nu}_0 + \frac{2}{3}L_0, \quad \bar{\nu}_4 = \bar{\nu}_0 + \frac{4}{3}L_0$$

$$\Delta\bar{\nu} = -\frac{4}{3}L_0 = -\frac{4}{3}\Delta\bar{\nu}_{\text{normal}}, \quad -\frac{2}{3}\Delta\bar{\nu}_{\text{normal}}, \quad \frac{2}{3}\Delta\bar{\nu}_{\text{normal}}, \quad \frac{4}{3}\Delta\bar{\nu}_{\text{normal}}$$

وهذا يعرف بقانون رونج

بالمثل، يمكن الحصول على هذا القانون في حالة القفزات $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$:

$$\begin{aligned} \bar{\nu} &= \frac{E'_3 - E'_1}{hc} = \frac{E_2 - E_1}{hc} + \frac{(g''M_J'' - g'M_J')}{hc} \mu_B B \quad \dots(4.2.4) \\ &= \bar{\nu}_0 + (g''M_J'' - g'M_J') L_0 \end{aligned}$$

بتعويض قيم g و قيم M_J نحصل على الأعداد الموجبة للخطوط الستة الناتجة عن القفزات بين المستويين وهي كما يلي

$$\bar{\nu}_1 = \bar{\nu}_0 - \frac{5}{3}L_0, \quad \bar{\nu}_2 = \bar{\nu}_0 - \frac{3}{3}L_0, \quad \bar{\nu}_3 = \bar{\nu}_0 - \frac{1}{3}L_0$$

$$\bar{\nu}_4 = \bar{\nu}_0 + \frac{1}{3}L_0, \quad \bar{\nu}_5 = \bar{\nu}_0 + \frac{3}{3}L_0, \quad \bar{\nu}_6 = \bar{\nu}_0 + \frac{5}{3}L_0$$

ويكون انزياح العدد الموجي كالتالي

$$\Delta\bar{\nu} = \left(-\frac{5}{3}, -\frac{3}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{3}, \frac{5}{3} \right) L_0 = \left(-\frac{5}{3}, -\frac{3}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{3}{3}, \frac{5}{3} \right) \Delta\bar{\nu}_{\text{normal}}$$

أيضا، هذا يسمى قانون رونج .

• قواعد الاستقطاب

في حالة النظر المتعامد مع B ، تؤدي قاعدة الانتقاء $\Delta M_J = 0$ الى استقطاب π ، وفي حالة $\Delta M_J = \pm 1$ يكون الإستقطاب σ في حالة النظر الموازي مع B ، تؤدي قاعدة الانتقاء $\Delta M_J = \pm 1$ الى استقطاب دائري للخط الطيفي.

• قواعد الشدة :

نلخص حالات الشدة I للخط الطيفي للقفزات المسموحة كما يلي

The transition $J \rightarrow J$, $\Delta M_J = \pm 1$, gives the intensity of line given by

$$I = I_0 (J \pm M_J + 1)(J \mp M_J) \quad \dots(4.2.5)$$

And $\Delta M_J = 0$ gives the intensity

$$I = 4I_0 M_J^2 \quad \dots(4.2.6)$$

The transition $J \rightarrow J + 1$, $\Delta M_J = \pm 1$, gives the intensity of line given by

$$I = I_0 (J \pm M_J + 1)(J \pm M_J + 2) \quad \dots(4.2.7)$$

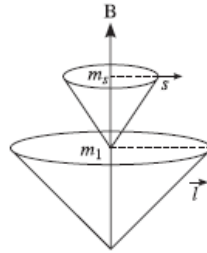
And $\Delta M_J = 0$ gives the intensity

$$I = 4I_0 (J + M_J + 1)(J - M_J + 1) \quad \dots(4.2.8)$$

(4.3) ظاهرة باسكن-باك

(i) حالة ذرة أحادية الكترون التكافؤ

عند تسليط مجال مغناطيسي قوي على ذرة ما ، بحيث تصبح طاقة التفاعل للذرة مع هذا المجال الخارجي اكبر من التفاعل المداري – المغزلي، فإن ذلك يؤدي الى تفكيك الاقتران بين المتجهات l, s ليصبح كلا منهما يترنح (يدور ويغزل) precess بشكل منفرد (مستقل) حول هذا المجال (كما في الشكل 4.3.1). في هذه الحالة يتحول نموذج زيمان الشاذ والمعقد الى نموذج زيمان البسيط. تسمى هذه الظاهرة ظاهرة باسكن-باك.



الشكل(4.3.1) ترنح كلا المتجهين حول المجال المغناطيسي.

في حالة المجال المغناطيسي القوي ، تكون طاقة الذرة التفاعلية عبرة عن مجموع ثلاث طاقات هي : (1) الطاقة

الناتجة من ترنح l حول B

(2) الطاقة الناتجة عن ترنح s حول B (3) طاقة التفاعل بين المتجهات l, s .

أي،

$$\Delta E = \Delta E_{lB} + \Delta E_{sB} + \Delta E_{ls}$$

$$\Delta E = g_l \mu_B B m_l + g_s \mu_B B m_s + a l^* s^* \cos(l^* s^*) \quad \dots(4.3.1)$$

حيث m_l, m_s تمثل الأرقام الكمية المغناطيسية المدارية والغزلية. في غياب المجال، تكون الزاوية بين l^*, s^* ثابتة لكن بوجود هذا المجال المغناطيسي فإنها تتغير بشكل مستمر. لهذا يكون متوسط قيمتها كما يلي

$$\langle \cos(l^* s^*) \rangle = \cos(l^* B) \cos(s^* B)$$

$$a l^* s^* \cos(l^* s^*) = a l^* \cos(l^* B) \cdot s^* \cos(s^* B)$$

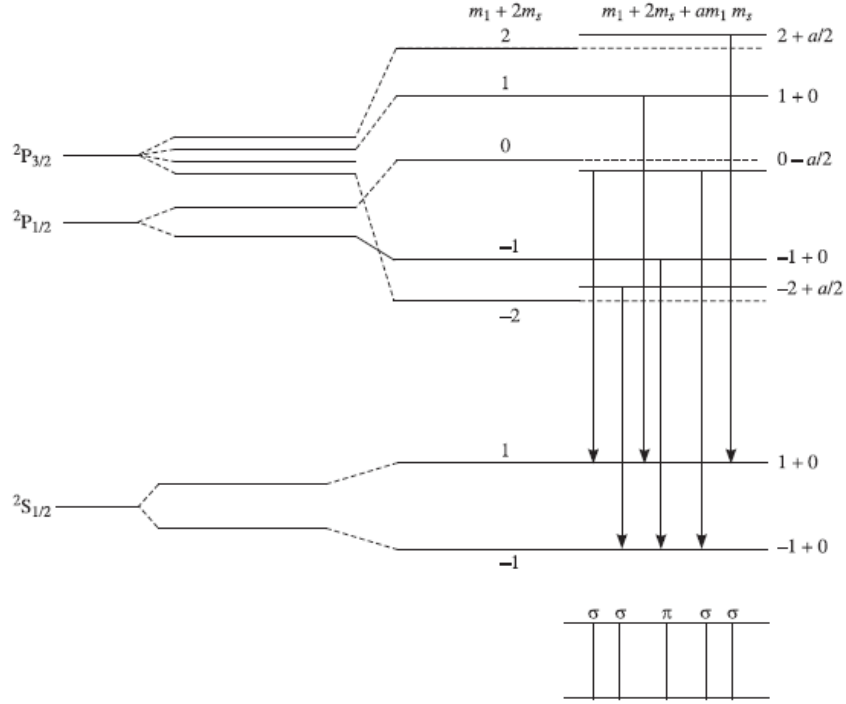
$$= a m_l m_s \quad \dots(4.3.2)$$

إذا، يمكن التعبير عن الطاقة الكلية للذرة في المجال المغناطيسي كما يلي

$$\Delta E = \mu_B B (m_l + 2m_s) + a m_l m_s, \quad g_l = 1, g_s = 2 \quad \dots(4.3.3)$$

كمثال لنعتبر ظاهرة باسكن- باك في حالة مزدوج السلسلة الرئيسية الناتج من القفزة $^2S_{1/2} \leftarrow ^2P_{1/2, 3/2}$ يوضح الجدول ادناه حسابات الطاقات المغناطيسية في المجال القوي للمستويات المشمولة في القفزات. يبين الشكل (4.3.2) القفزات المسموحة والخطوط الطيفية الناتجة عنها. حيث تكون قواعد الانتقاء: $\Delta M_L = 0, \pm 1$, and $\Delta M_S = 0$.

Term	m_l	m_s	$m_l + 2m_s$	$a m_l m_s$
$^2P_{3/2}$	1	1/2	2	$a/2$
	0	1/2	1	0
	-1	1/2	0	$-a/2$
	1	-1/2	0	$-a/2$
$^2P_{1/2}$	0	-1/2	-1	0
	-1	-1/2	-2	$a/2$
$^2S_{1/2}$	0	1/2	1	0
	0	-1/2	-1	0



$\Delta m_l = 0$ π -components, $\Delta m_l = \pm 1$ σ -components

الشكل (4.3.2) مستويات الطاقة المغناطيسية ونموذج باسكن-باك لمزدوج السلسلة الرئيسية.

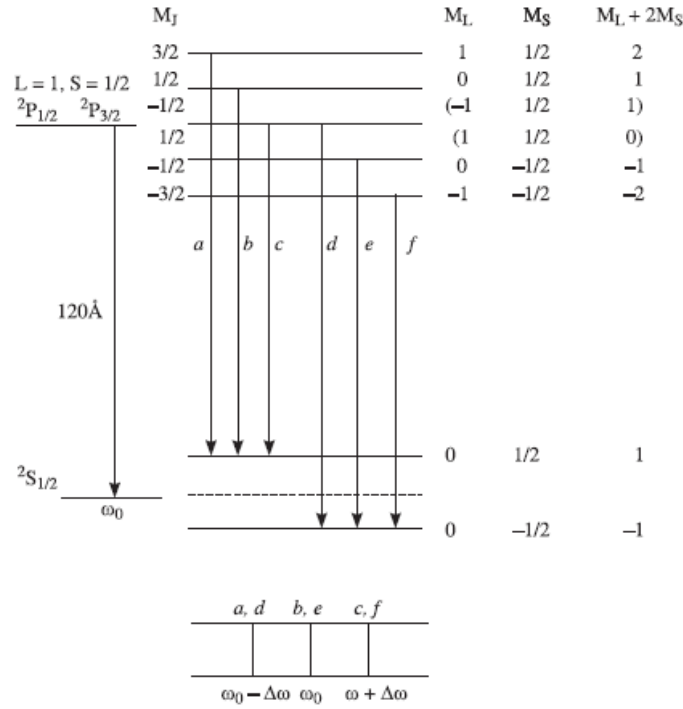
عند اهمال الح الناتج عن طاقة التفاعل المداري-الغزلي فإن معادلة (4.3.3) تؤول الى التالي

$$\Delta E = \mu_B B (m_l + 2m_s) \quad \dots (4.3.4)$$

حيث ان الكمية $(m_l + 2m_s)$ عدد صحيح، لهذا يكون انقسام مستويات الطاقة عبارة عن المضاعفات الصحيحة للانقسام العادي $(\Delta\omega_0 = \mu_B B)$. كما يكون الانزياح بدلالة التردد كما يلي

$$\Delta\omega = \Delta\omega_0 \Delta(m_l + 2m_s) = \Delta\omega_0 \left[(m_l + 2m_s)_{\text{upper}} - (m_l + 2m_s)_{\text{lower}} \right] \quad \dots (4.3.5)$$

يوضح الشكل (4.3.3) انقسام حدود مزدوج السلسلة الرئيسية $^2P_{0, 1, 2}$ and $^2S_{1/2}$ في المجال المغناطيسي القوي.



الشكل (4.3.3) ظاهرة باسكن- باك بدون اقتران L-S .

بما ان انزياح الطاقة ΔE يعتمد على المقدار $(m_l + 2m_s)$ ، لذلك تتطابق الحدود التي بنفس هذا المقدار على بعضها البعض. لذا ، يوجد خمس حالات من حالة P- وحالتان من حالة s- . كما تكون قواعد الانتقاء للقفزات المسموح بها كالتالي

$$\Delta(m_l + 2m_s) = 0, \pm 1$$

بالرجوع الى الشكل (4.3.3) ، نجد ان القفزات ذات الرموز a,d تقابل $\Delta(m_l + 2m_s) = 1$ ويكون لها نفس التردد $\Delta(m_l + 2m_s) = -1$ تقابل c, f ، وتلك القفزات b,e تقابل $\Delta(m_l + 2m_s) = 0$ وتردد $\omega_0 - \Delta\omega_0$ ، وتلك القفزات c, f تقابل $\Delta(m_l + 2m_s) = -1$ وتلك القفزات b,e تقابل $\Delta(m_l + 2m_s) = 0$ وتردد ω_0 ، وتلك القفزات a, d تقابل $\Delta(m_l + 2m_s) = 1$ وتلك القفزات c, f تقابل $\Delta(m_l + 2m_s) = -1$ وتردد $\omega_0 + \Delta\omega_0$. وبتردد $\omega_0 + \Delta\omega_0$. هكذا، يوجد لدينا ثلاث خطوط طيفية في حالة تسليط مجال مغناطيسي قوي على الذرة.

مثال

احسب انزياح زيمان للخط الطيفي $\lambda = 1210A^0$ في ذرة الهيدروجين والمنبعث من القفزة $2p \rightarrow 1s$ في مجال مغناطيسي شدته 5 wb/m^2

الحل

انزياح التردد في ظاهرة زيمان العادية هو

$$\Delta\omega_0 = \frac{\mu_B B}{\hbar}$$

من معادلة (4.3.5) نجد انزياح التردد كما يلي

$$\Delta\omega = \Delta\omega_0 = \frac{\mu_B B}{\hbar} = \frac{eB}{2m}$$

الانزياح في طول الموجة المقابل :

$$\Delta\lambda = \frac{eB\lambda^2}{4\pi mc} = 0.034 \text{ \AA}$$

يكون اطوال أمواج خطوط زيمان الثلاثية كما يلي

$$1210.034 \text{ \AA}, 1210 \text{ \AA} \text{ and } 1209.966 \text{ \AA}.$$

(ii) ذرة الكروني التكافؤ *Two valence electron atom*

تكون كل النقاشات السابقة بخصوص نظام وحيد الإلكترون صالحة في حالة نظام ثنائي الإلكترون . في هذا النظام تلعب المتجهات L, S دورا بدلا من المتجهات l, s . في هذه الحالة تكون الأرقام الكمية هي: L, S, M_L and M_S . كما تكون الطاقة الكلية للذرة في المجال المغناطيسي القوي كما يلي

$$\Delta E = \mu_B B(M_L + 2M_S) + AM_L M_S \quad \dots(4.3.6)$$

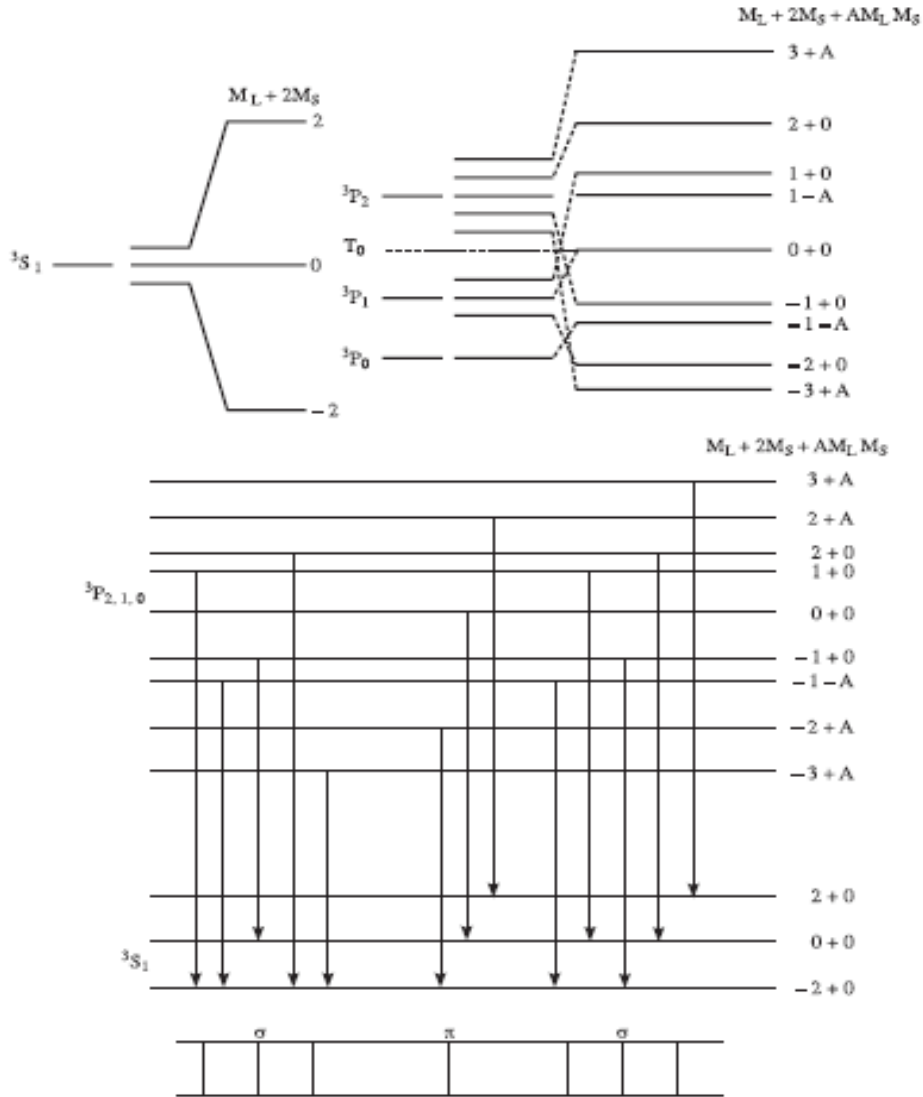
لنعتبر كمثال انقسام الحدود الثلاثية $^3S_1, ^3P_{0, 1, 2}$ في المجال المغناطيسي القوي . يظهر الجدول التالي حساب المستويات المغناطيسية:

Terms	L	M_L	M_S	$M_L + 2M_S$	$M_L + 2M_S + AM_L M_S$
3P_2	1	1	1	3	3 + A
	1	0	1	2	2 + 0
	1	-1	1	1	1 + 0
3P_1	1	1	0	1	1 - A
	1	0	0	0	0 + 0
	1	-1	0	-1	-1 + 0
3P_0	1	1	-1	-1	-1 - A
	1	0	-1	-2	-2 + 0
	1	-1	-1	-3	-3 + A

كما يوضح الشكل (4.3.4) انقسام الحدود الطيفية والقفزات المؤدية الى نموذج باسكن- باك للسلسلة الرئيسية الثلاثية. حيث تكون قواعد الانتقاء كما يلي

$$\begin{aligned}\Delta M_L &= 0 \text{ for } \pi\text{-components} \\ &= \pm \text{ for } \sigma\text{-components} \\ \Delta M_S &= 0\end{aligned}\quad \dots(4.3.7)$$

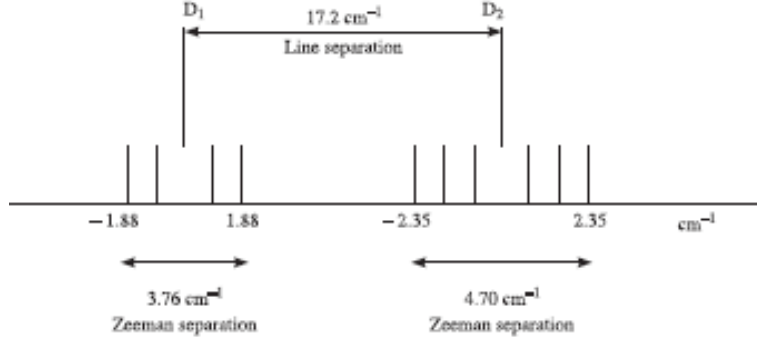
ومن الملاحظ انه في حالة التفاعل القليل بين L, S يمكن اهمال الحد $am_l m_s$ ، وبذلك يتحول نموذج باسكن- باك الى الحالة العادية الثلاثية والمبينة كخطوط مغمقة في الشكل.



الشكل (4.3.4) ظاهرة باسكن- باك لخطوط السلسلة الرئيسية الثلاثية. اسفل الشكل، تمثل الخطوط السميكة موقع الثلاثي العادي.

ماذا نعني بالمجال المغناطيسي الضعيف والقوي؟

يعتبر نموذج زيمان جيدا عند تسليط مجال مغناطيسي شدته $0.1T$ على الذرة . يعتبر المجال ضعيفا اذا كان الإنتشار الكلي لهذا النموذج اصغر من تباعد الخط بسبب التفاعل المداري – الغزلي. فمثلا، التباعد بين الخطين D_1 , D_2 في ذرة الصوديوم يساوي تقريبا 17.2 cm^{-1} . في حين ان المجال الذي شدته $3T$ يعطي انتشار زيمان بمقدار 3.76 cm^{-1} للخط D_1 وبمقدار 4.70 cm^{-1} للخط D_2 . نجد ان انتشار زيمان يكون اصغر مقارنة مع تباعد الخط (الشكل 4.3.5) . وعليه ، نقول ان هذا المجال ضعيفا في هذه الحالة.

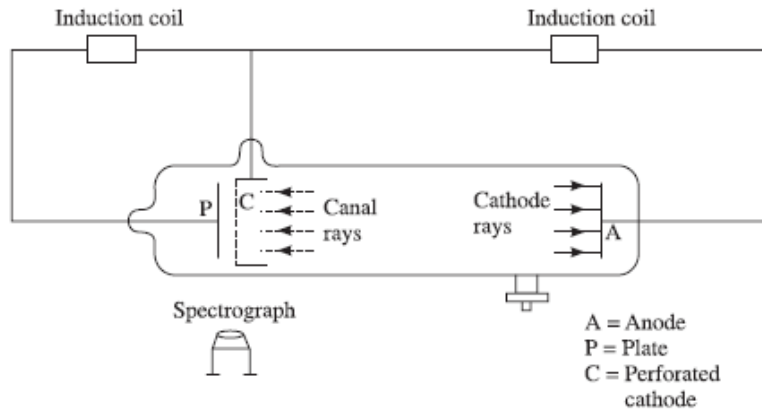


الشكل (4.3.5) تباعد زيمن لذرة الصوديوم.

بينما نجد في ذرة الليثيوم Li ان تباعد المزدوج يساوي 0.34cm^{-1} وينتج المجال الذي شدته وينتج المجال الذي شدته $3T$ انتشارا بمقدار 1.4cm^{-1} ، في هذه الحالة يكون انتشار زيمن اكبر بالمقارنة مع تباعد الخط. وعليه، نقول ان هذا المجال قويا.

(4.4) ظاهرة ستارك Stark Effect

تسمى ظاهرة انقسام الخطوط الطيفية لذرات المادة تحت تأثير المجال الكهربائي بظاهرة ستارك. وسميت بهذا الاسم لأن العالم ستارك اول من أشار في عام 1913 الى انقسام خطوط بالمر لذرة الهيدروجين في المجال الكهربائي الخارجي المسلط عليها. يوضح الشكل (4.4.1) ترتيب الأجهزة في التجربة العملية لمشاهدة هذه الظاهرة. حيث يوضع مهبط مثقب *perforated cathode* على مسافة 3mm من الصفيحة P (plate). يحفظ ضغط الغاز عند قيمة تجعل فضاء كروكس المظلم بطول عدة سنتيمترات، وتحت هذا الشرط تكون الطاقة اقل من تلك اللازمة لعمل التأين. كما يستخدم تحدر جهد عالي جدا ما بين الصفيحة والمهبط.



الشكل (4.4.1) ترتيب أجهزة التجربة لمشاهدة ظاهرة ستارك.

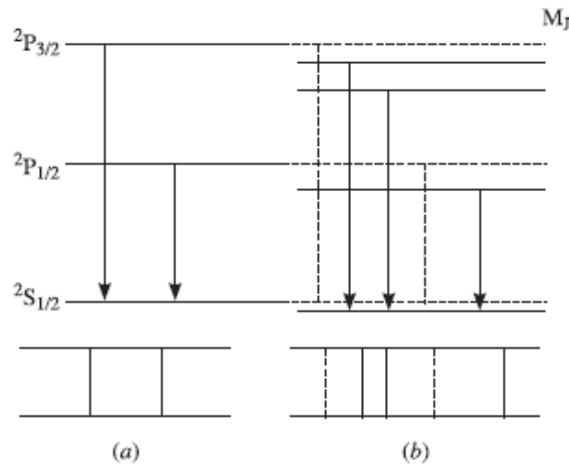
عند تسليط المجال الكهربائي \mathcal{E} ، ينقسم المستوى المنحل ذو الرقم الكمي n الى $2n-1$ مركبة ذات طاقات مختلفة. والفرق المهم بين ظاهرة زيمان وظاهرة ستارك هو ان كل زوج من المستويات التي لها $M_J = +J$ و $M_J = -J$ الناتجة من مستوى معين يكون لها بالضبط نفس الطاقة في المجال الكهربائي.

في حالة المجال الكهربائي الضعيف، تنتج ظاهرة ستارك نموذج مماثل من خطوط الهيدروجين، ويكون المسافات بين هذه الخطوط متناسبة طرديا مع شدة المجال الكهربائي المسلط \mathcal{E} . في هذه الحالة، تسمى هذه الظاهرة بظاهرة ستارك من الرتبة الأولى (او الخطية) *linear or first order Stark effect*.

اذا كان $\mathcal{E} > 10^7 \text{ V/m}$ فإن تباعد الخطوط يتناسب مع مربع شدة المجال الكهربائي، \mathcal{E}^2 ، وهنا تسمى بظاهرة ستارك من الرتبة الثانية (او التربيعية) *quadratic or second order Stark effect*.

مثال ، لندرس ظاهرة ستارك الخطية لخطوط D في ذرة الصوديوم Na ، تنتج هذه الخطوط بسبب القفزات التالية (الشكل 4.4.2)

$$3^2P_{1/2} - 3^2S_{1/2} \quad \text{and} \quad 3^2P_{3/2} - 3^2S_{1/2}$$



الشكل(4.4.2) (a) بدون مجال كهربائي (b) بوجود مجال كهربائي

ينقسم المستوى الذي له $J=3/2$ الى مستويين فرعيين لهما $M_J = \pm 3/2$ and $M_J = \pm 1/2$. بينما لا تنقسم المستويات

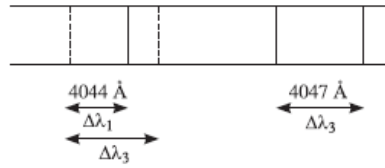
$^2P_{1/2}$ and $^2S_{1/2}$. بوجود المجال الكهربائي تحدث ثلاث قفزات (الشكل(4.4.2)(b)).

يمكن تفسير ظاهرة ستارك التربيعية كما يلي. يسبب المجال الكهربائي انزياحا نسبيا في مركز الشحنات السالبة والموجبة. ولهذا، يتولد ثنائي قطب كهربائي تأثيري في الذرة بفعل هذا المجال الكهربائي (ما يعرف بالاستقطاب الكهربائي). يكون مقدار عزم ثنائي القطب الكهربائي التأثيري متناسبا بشكل طردي مع شدة المجال الكهربائي. كما يتفاعل عزم ثنائي القطب المتولد مع المجال الكهربائي المسلط، مما ينتج عنه

عزم ازدواج $Torque$ ، الذي يجعل الزخم الزاوي الكلي للذرة يترنح $precess$ حول اتجاه المجال الكهربائي بحيث تكون مركبة J في هذا الاتجاه مقدار ثابت.

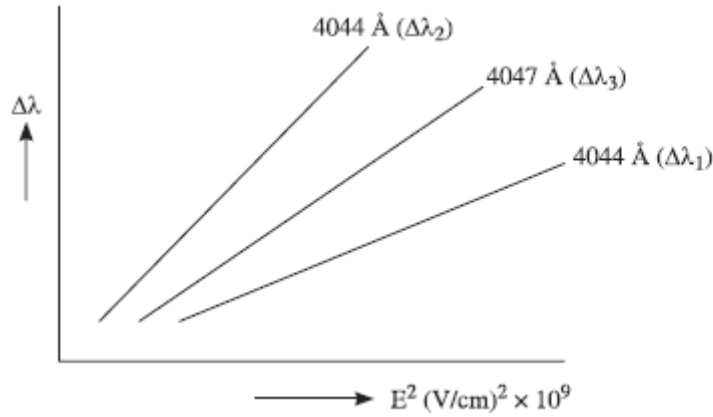
تسبب الزيادة في شدة المجال الكهربائي زيادة في سرعة الترنح $precessional\ velocity$. يكون انزياح الطاقة كما يلي $\Delta E = \mu \xi$ ، μ is dipole moment. بما ان μ تتناسب طرديا مع شدة المجال الكهربائي ، لذلك يكون انقسام مستويات الطاقة متناسبا مع مربع شدة هذا المجال الكهربائي .
لنعتبر كمثال على ذلك، مزدوج ذرة البوتاسيوم المعروف كما يلي

$$(\lambda = 4044 \text{ \AA}, 5^2P_{3/2} - 4^2S_{1/2} \text{ and } \lambda = 4047 \text{ \AA}, 5^2P_{1/2} - 5^2S_{1/2})$$



الشكل (4.4.3) ظاهرة ستارك التربيعية لمزدوج ذرة البوتاسيوم.

عند رسم العلاقة بين انزياح طول الموجة $\Delta\lambda$ ومربع شدة المجال الكهربائي، ξ^2 ، نلاحظ ان هذه العلاقة تكون خط مستقيم (الشكل 4.4.4).



الشكل (4.4.4) ظاهرة ستارك التربيعية.

أمثلة

(1) احسب انقسام زيمان العادي للخط الطيفي $6438A^0$ في مجال مغناطيسي شدته $0.5T$ ؟

الحل

انزياح زيمان :

$$d\lambda = \frac{eB\lambda^2}{4\pi mc}$$

بتعويض القيم التالية ، نحصل على ما يلي

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, B = 0.5 \text{ T}, \lambda = 6438 \times 10^{-10} \text{ m}, m = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$d\lambda = 0.097 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.097 \text{ \AA}$$

(2) احسب بدلالة وحدة الأنجستروم التباعد بين الخطين الخارجيين في نموذج زيمان العادي لخط طيف طول موجته 612 nm في

مجال مغناطيسي شدته $1.0 T$ ؟

الحل

انزياح زيمان العادي:

$$d\lambda = \frac{eB\lambda^2}{4\pi mc}$$

بتعويض القيم نحصل على $d\lambda = 0.175A^0$ ، يكون تباعد الخطين الخارجيين كالتالي: $2d\lambda = 0.35A^0$.

(3) اذا وضعت ذرة حالتها $^2P_{3/2}$ في مجال مغناطيسي خارجي شدته $0.1 T$. بدلالة نموذج المتجه ، جد السرعة الزاوية لترنج

الزخم الزاوي الكلي لهذه الذرة.؟

الحل

نحسب أولا معامل g - لحالة الذرة :

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{4}{3}$$

السرعة الزاوية للترنج:

$$\omega = \frac{g\mu_B B}{h} = \frac{4 \times (9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1 \times 10^{-1} \text{ T})}{3 \times (1.054 \times 10^{-34} \text{ Js})} = 1.2 \times 10^{10} \text{ rad/s}$$

(4) أي من الحدود الطيفية يمكن ان تنقسم في المجال المغناطيسي الضعيف،

$$(i) \ ^3P_0 \quad (ii) \ ^2F_{5/2} \quad (iii) \ ^4D_{1/2}$$

الحل

(i) في الحالة

(ii) $^3P_0, J = 0, M_J = 0$. مستوى الطاقة هذا لا ينقسم.

(iii) في الحالة:

$^2F_{5/2}, g \neq 0, J = 5/2, M_J$ has $2J + 1 = 6$ values

ينقسم مستوى الطاقة الى ست قشور فرعية.

(iii) في الحالة :

$^4D_{1/2}, g = 0$, لا تنقسم هذه الحالة على الإطلاق

(5) وضعت ذرة في مجال مغناطيسي شدته 0.25 T ، جد قيم الانقسام الكلي للحدود الطيفية التالية:

$$(i) \ ^1D \quad (ii) \ ^3F_4$$

الحل

(i) للحالة 1D ، يكون $S=0, L=2, J=2, g=1$. كما يكون الانقسام الكلي مساويا:

$$\begin{aligned}\Delta E &= 4 g m_{\beta} B \\ &= 4 \times (5.79 \times 10^{-5} \text{ eV/T}) (0.25\text{T}) \\ &= 57.9 \times 10^{-6} \text{ eV.}\end{aligned}$$

(ii) للحالة 3F_4 ، يكون $S=1, L=3, J=4, g=5/4$ ، وعليه ينقسم المستوى الى تسع مستويات فرعية. كما يكون الانقسام الكلي

$$\begin{aligned}\Delta E &= 8 (g \mu_B B) \\ &= 8 \times \frac{5}{4} \times 5.79 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{T}} \times 0.25\text{T} \\ &= 144.8 \times 10^{-6} \text{ eV.}\end{aligned}$$

(6) حدد نوع ظاهرة زيمان (عادي او شاذ) الملاحظ عند وضع ذرة في مجال مغناطيسي ضعيف والمؤثر على الخطوط الطيفية الناجمة عن القفزات التالية:

$$(i) {}^1P \rightarrow {}^1S \quad (ii) {}^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2} \quad (iii) {}^3D_1 \rightarrow {}^3P_0 \quad (iv) {}^5I_5 \rightarrow {}^5H_4.$$

الحل:

(i) ${}^1P \rightarrow {}^1S$ ، للمستوى السفلي $L=0, S=0, J=0, g=1$. لا ينقسم.

بينما للمستوى العلوي $L=1, S=0, J=1, g=1, M_J=-1,0,1$ ، ينقسم الى ثلاث مستويات فرعية . تشاهد ظاهرة زيمان العادية.

(ii) القفزة: ${}^2D_{5/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ ، المستوى السفلي: $L=1, S=1/2, J=3/2, g=4/3$ ، ينقسم الى اربع مستويات فرعية.

المستوى العلوي: $L=2, S=1/2, J=3/2, g=4/3$ ، ينقسم الى ست مستويات فرعية. تلاحظ ظاهرة زيمان الشاذة.

(iii) في حالة القفزة

$${}^3D_1 \rightarrow {}^3P_0. \text{ Lower level: } L=1, S=1, J=0, g=1.$$

لا ينقسم هذا المستوى السفلي. بينما المستوى العلوي

$L=2, S=1, J=1, g=1/2$ ، ينقسم الى ثلاث مستويات فرعية، تلاحظ ظاهرة زيمان العادية.

(iv) في حالة القفزة

$${}^5I_5 \rightarrow {}^5H_4. \text{ Lower level: } L=5, S=2, J=4, g=19/20.$$

كما تكون للمستوى السفلي الأرقام التالية: $L=5, S=2, J=4, g=19/20$.

اما للمستوى العلوي: $L=6, S=2, J=5, g=19/20$ ، بما ان معامل g - متساو في المستويين، يلاحظ نموذج زيمان العادي.

(7) ارسم مخططا يبين القفزات المسموحة بين المستويين $^2P_{3/2}$ and $^2S_{1/2}$ في مجال مغناطيسي ضعيف . جد الإزاحات

لمكونات زيمان لهذا الخط اذا كانت شدة المجال تساوي $0.45 \mu b/m^2$.

الحل:

انزياح زيمان :

$$\Delta\omega = \frac{\mu_B B}{h} (g' M_J' - g M_J)$$

بالتعويض، نجد ان مقدار هذا الانزياح لكل مستوى كما يلي

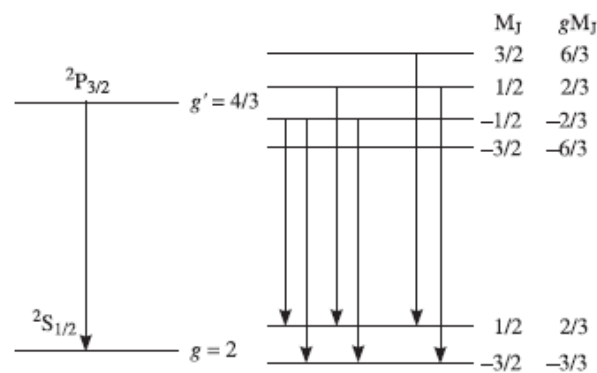
State	L	S	J	g	M_J
$^2P_{3/2}$	1	1/2	3/2	4/3	3/2, 1/2, -1/2, -3/2
$^2S_{1/2}$	0	1/2	1/2	2	1/2, -1/2

Now $\frac{\mu_B B}{h} = 3.95 \times 10^{11} \text{ rad/s}$ and
 $g' M_J' - g M_J = 5/3, 3/3, 1/3, -1/3, -3/3, -5/3$.

وعليه ،

$$\Delta\omega = \pm 6.59 \times 10^{10}, \pm 3.95 \times 10^{10}, \pm 1.31 \times 10^{10} \text{ rad/s.}$$

كما يكون مخطط القفزات المسموحة في حالة المجال المغناطيسي الضعيف كالتالي :



(8) يدخل شعاع الكتروني مجالا مغناطيسيا منتظما شدته $1.2 \mu b/m^2$. جد فرق الطاقة بالالكترونون- فولت بين

الإلكترونات التي تغزل بشكل مواز وغير مواز للمجال المغناطيسي.؟

الحل

فرق الطاقة:

$$\Delta E = 2g_s\mu_B B$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9.273 \times 10^{-24} \text{ J/T} = 5.79 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$

عندما يكون النظام نقي الغزل *pure spin*، حيث $J = s = 1/2$ and $g = g_s = 2$.

نجد ان فرق الطاقة :

$$\begin{aligned} \Delta E &= 2(2) \left(\frac{e\hbar}{2m} \right) \left(\frac{1}{2} \right) = 2(2)(5.79 \times 10^{-5} \text{ eV}\cdot\text{s})(1.2 \text{ T}) \left(\frac{1}{2} \right) \\ &= 1.39 \times 10^{-4} \text{ eV.} \end{aligned}$$

9) اذا تعرض خط طيفي ناتج عن القفزة: $(\lambda = 1210 \text{ \AA})$ من $1p \rightarrow 1s$ في ذرة الهيدروجين الى مجال مغناطيسي قوي شدته 5T ، جد اطوال موجات الخطوط الطيفية في نموذج زيمان؟

الحل

في حالة المجال المغناطيسي القوي، يمكن اهمال التفاعل المداري - الغزلي. وتكون الزخم الزاوية المدارية والغزلية كميات مكممة ومتفرقة *separately quantized* ، ويعود نموذج زيمان الشاذ الى نموذج زيمان العادي (ظاهرة باسكن-باك) ، (الشكل E-9).

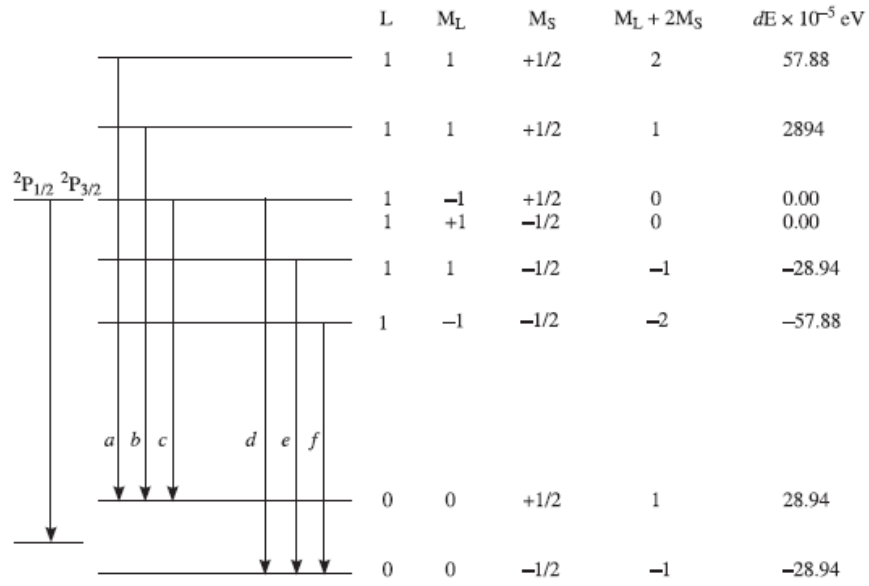


Fig. E-9

يكون التغير في الطاقة المغناطيسية الناتج من تفاعل العزم المغناطيسي في الذرة مع المجال المغناطيسي المسلط هو

$$\begin{aligned}
 dE_{\text{upper}} &= \frac{eh}{2m} B (M_L + 2M_S) \\
 &= \left(5.79 \times 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{T}} \right) (5\text{T})(M_L + 2M_S) \\
 &= (28.94 \times 10^{-5} \text{eV})(M_L + 2M_S)
 \end{aligned}$$

حيث تكون قيم $M_L + 2M_S$ للمستويات العلوية هي $2, 1, 0, -1, -2$. تتطابق الحالات التي لها نفس القيم. لهذا ينقسم المستوى العلوي الى خمس مستويات فرعية بطاقات كما في الشكل (E-9). بالمثل، ينقسم المستوى السفلي الى مستويين فرعيين.

لحساب طول موجة الخط الطيفي :

$$\frac{ch}{\lambda} = E_{\text{upper}} - E_{\text{lower}}$$

نشتق هذه المعادلة لنحصل على التالي

$$\begin{aligned}
-\frac{ch}{\lambda^2} d\lambda &= dE_{\text{upper}} - dE_{\text{lower}} \\
d\lambda &= -\frac{\lambda^2}{ch} (dE_{\text{upper}} - dE_{\text{lower}}) \\
&= -\frac{(1210 \text{ \AA})^2}{12400 \text{ eV} \cdot \text{\AA}} (dE_{\text{upper}} - dE_{\text{lower}}) \\
&= \left(-118 \frac{\text{\AA}}{\text{eV}} \right) (dE_{\text{upper}} - dE_{\text{lower}})
\end{aligned}$$

يكون فرق الطاقة $(dE_{\text{upper}} - dE_{\text{lower}})$ بين القفزات المعلمة بالرموز: a, b, c, d, e, f في الشكل على الترتيب التالي $(28.94, 0, -28.94, 28.94, 0, -28.94) \times 10^{-5} \text{ eV}$

بسبب تطابق القفزات (a, d) , (b, e) and (c, f) نحصل على ثلاثة خطوط طيفية فقط .

يكون التغير في طول الموجة للخطوط المعلمة a, d كما يلي

$$\begin{aligned}
d\lambda &= \left(-118 \frac{\text{\AA}}{\text{eV}} \right) (dE_{\text{upper}} - dE_{\text{lower}}) \\
&= \left(-118 \frac{\text{\AA}}{\text{eV}} \right) (57.88 - 28.94) \times 10^{-5} = -0.034 \text{ \AA}
\end{aligned}$$

بالمثل في القفزات المعلمة b, e ، تكون $d\lambda = 0$ ، وكذلك للقفزات c, f ، $d\lambda = 0.034 \text{ \AA}$. وعليه، تكون اطوال موجات الخطوط الطيفية في النموذج هي:

$$1210 \text{ \AA} \text{ and } 1210 \pm 0.034 \text{ \AA}.$$

- (1) جد شدة المجال المغناطيسي الذي يجعل انزياح زيمان لخط طيفي 5400\AA^0 بمقدار 0.1\AA^0 ؟
- (2) احسب نموذج زيمان لخطوط السلسلة المنتشرة في حالة القفزات المنفردة - المنفردة singlet- singlet transition. ؟
- (3) ناقش نظرية ظاهرة باسكن- باك لنظام احادي الإلكترون ، ثم جد نمط المزوج في السلسلة الرئيسية ؟
- (4) ميز بين ظاهرة زيمان و ظاهرة باسكن- باك. لخص نظرية ظاهرة باسكن - باك لنظام احادي الإلكترون وناقش نمط (نموذج) باسكن - باك في حالة القفزة $^2S \rightarrow ^2P$ ؟
- (5) ما هو معامل g- للاندري؟ ثم جد قيمته لمستويات الطاقة المشمولة في القفزات التالية $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$ ، $^1P_1 \rightarrow ^1S_0$. ؟
- (6) احسب مقدار انزياح زيمان للخط الطيفي 6000\AA^0 عندما يكون المجال المغناطيسي الخارجي 4T ؟
- (7) جد قيمة معامل g- للمستويات التالية: (i) $^2G_{9/2}$ (ii) 3F_2 .
- (8) جد عزم الذرة المغناطيسي للحالة $^2P_{3/2}$. ثم جد عدد المستويات الفرعية التي ينقسم اليها هذا المستوى في حالة تسليط مجال مغناطيسي ضعيف على النظام؟
- (9) يشع عنصر ما ضوء بطول موجة 4500\AA^0 عند تسليط مجال مغناطيسي عليه شدته 0.3T . احسب التباعد بين المكونات الناتجة بسبب ظاهرة زيمان.؟ علما ان:

$$e/m = 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}, c = 3 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

الفصل الخامس :

أطياف الأشعة السينية X-Ray Spectra

نتناول في هذا الفصل خصائص الأشعة السينية وطرق توليدها. كما ندرس مستويات الطاقة في طيف هذه الأشعة. ونعرض عملية امتصاص هذه الأشعة، ونفسر الظاهرة الكهروضوئية. كما ندرس حيود هذه الأشعة عند مرورها خلال البلورات واستخدام ظاهرة الحيود في قياس المسافات البينية للمستويات البلورية (قانون براغ).

(5.1) مقدمة

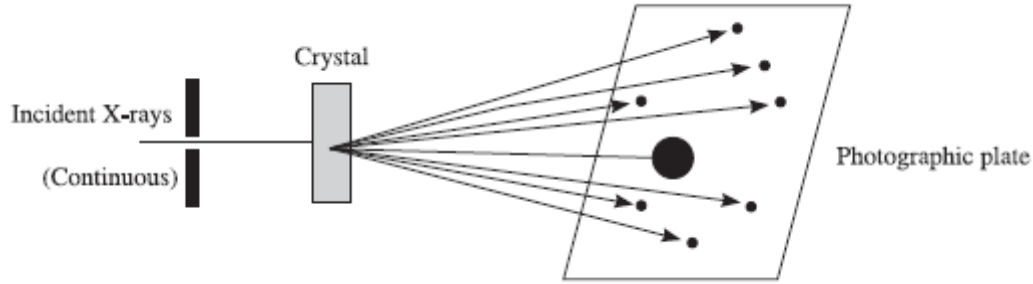
لاحظ العالم الألماني رونجن في عام 1885، أثناء دراسته لخصائص الأشعة المهبطية في انابيب التفريغ الغازية، ظهور اشعاع مجهول المصدر اطلق عليه اسم الأشعة السينية X-ray. وتلا ذلك اكتشاف ومعرفة كنه وخصائص هذه الأشعة، ومع ذلك بقيت بنفس المسمى. كما مر معنا في الفصل السابق ان خصائص الطيف في المنطقة المرئية ترتبط مع حركة الإلكترونات في الذرة، لذلك من الطبيعي ان نبحث عن العلاقة بين تركيب المادة وخصائص طيف الأشعة السينية.

على أساس نتائج التجارب المخبرية، تم التحقق من ان خصائص هذه الأشعة تكون مماثلة لتلك الموجات الكهرومغناطيسية القصيرة جدا في طول موجاتها. أجريت عدة محاولات لمشاهدة ظاهرة حيود هذه الأشعة خلال مرورها عبر الفتحات الضيقة. في عام 1906، أجرى العالم ولتر تجربة بهذا الخصوص ولاحظ ظهور نمط حيود. وفي عام 1912، استطاع العالم **سمرفيلد** حساب طول موجة هذه الأشعة ووجد ان مقداره اكبر من $10A^0$. بعد ذلك، لوحظ نمط الحيود لهذه الأشعة بواسطة محزوز الحيود *diffraction Grating* ووجد ان طول موجة هذه الأشعة يكون من رتبة 1 انجستروم.

(5.2) فوتوغراف لاوي Laue Photograph

بالرغم من الطرق العديدة التي طورت للقياسات الدقيقة لطول موجة الأشعة السينية، اقترح العالم الألماني لاوي اجراء تجارب الحيود للأشعة السينية باستخدام تشتت هذه الأشعة بواسطة البلورات، حيث البلورة تمثل محزوز

حيود ثلاثي الأبعاد وتكون المسافات البينية الذرية متساوية في المقدار. وبالفعل عند اجراء التجربة، لاحظ لاوي سلسلة من البقع المنتظمة الأبعاد عرفت ب**بقع لاوي** *Laue spots*. وفسر لاوي ان سبب هذه البقع يعود الى حيود الأشعة السينية بواسطة ذرات البلورة (الشكل 5.2.1).

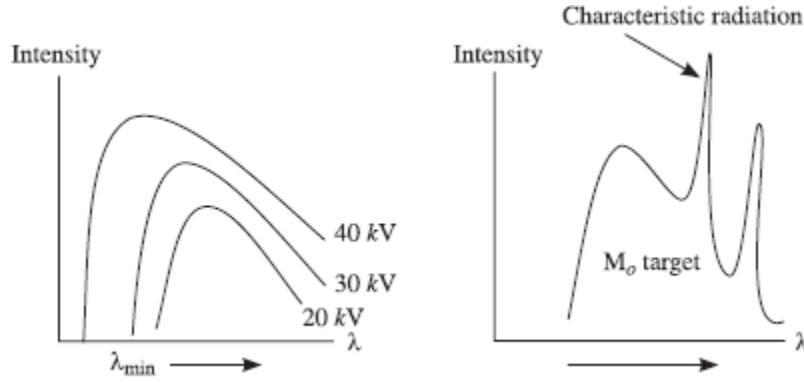


شكل(5.2.1) مخطط تجربة لاوي للحصول على لوح فوتوغرافي.

برهنت هذه التجربة فرضيتين في نفس الوقت، اولاهما: ان الأشعة السينية هي امواج كهرومغناطيسية قصيرة الموجة، والثانية: ان الذرات تكون مرتبة بانتظام في البلورة. وبالتالي فتحت هذه التجربة عهدا جديدا في الفيزياء لدراسة وتحديد التركيب البلوري.

(5.3) استمرارية وخصائص الأشعة السينية. Continuous and Characteristic X- Rays

من النتائج العملية تبين ان الأشعة السينية تنتج عندما يصطدم الكترون عالي الطاقة (يتسارع في منطقة جهد عالي) مع هدف معدني ثقيل مثل موليبيدوم والتنجستن، يكون توزيع شدة هذه الأشعة كدالة لطول الموجة عند متسارات الجهد المختلفة كما يوضحه الشكل (5.3.1).



الشكل (5.3.1) استمرارية وخصائص الأشعة السينية.

يمكن تلخيص اهم السمات لهذه المنحنيات الموضحة في الشكل هي كما يلي:

- (i) لكل جهد تسارعي يوجد حد موجي قصير λ_{min} والذي دونه لا تنبعث الأشعة السينية (المنحنى اليساري في الشكل). ويعتمد مقدار هذا الحد على قيمة جهد التسارع ولا يتوقف على نوع مادة الهدف. بما ان الطاقة تتوزع بشكل متصل خلال الموجات المختلفة كما في الإشعاع الأبيض لذلك تكون الأشعة السينية متصلة. *continuous*.
- (ii) مع زيادة الجهد تزداد كمية الإشعاع وشدته. وعندما يزداد الجهد وراء قيمة معينة، فإنه يظهر بضع قمم في منحنى الشدة- طول الموجة ولكل هدف (لاحظ المنحنى اليميني في الشكل). في حالة الهدف M_0 تكون القمم عند الجهد $35kv$. كما تكون اطوال الموجات التي تحدث عندها القمم من مميزات الهدف ولذلك تسمى الإشعاع المميز *characteristic radiation*.

• آلية انتاج الأشعة السينية (نظرية الكم) Mechanism of X-rays Production (Quantum Theory)

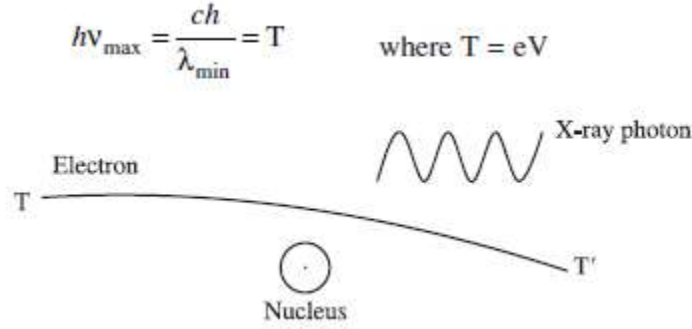
لم تعط النظرية الكلاسيكية تفسيراً لسبب وجود الحد الموجي القصير λ_{min} ولا لوجود الإشعاع المميز. من الناحية الثانية، فقد أعطت نظرية الكم تفسيراً مباشراً للملاحظات التجريبية السابقة. حيث ان مرور الشعاع الإلكتروني ذو الطاقة العالية خلال مادة الهدف، تصطدم مع نويات والكاترونات ذرات هذا الهدف. وتكون هذه التصادمات الإلكترونية، التي تكون بشكل عملية تبطنية *slow deceleration process*، هي المسؤولة عن انتاج الأشعة السينية.

في الشكل (5.3.2)، يمر الكترون بطاقة حركية T بالقرب من النواة، ويتفاعل مع النواة عبر مجال كولوم، وهذا يسبب في نقل زخم للنواة. في هذه العملية، يتحول جزء من طاقة الإلكترون الى فوتون. ولا يكون هناك ارتداد *recoil* لنويات ذرات الهدف الثقيلة. لنفرض ان طاقة الإلكترون بعد العملية هي T' ، تردد الفوتون ν ، وطول موجة الإشعاع المنبعث λ . من قانون حفظ الطاقة، نحصل على التالي

$$h\nu = ch/\lambda = T - T' \quad \dots(5.3.1)$$

بما ان الإلكترون الداخل في العملية يعاني عدة تصادمات مع نويات الهدف قبل ان يصل الى مرحلة السكون بسبب فقدته للطاقة في كل تصادم، لذا، يشكل الإشعاع المنبعث طيفا متصلا.

ينبعث فوتون الأشعة السينية الأقصر طول موجة (اعلى تردد) عندما يفقد الإلكترون الساقط كل طاقته الحركية في عملية تصادمية واحدة فقط. في هذه الحالة $T' = 0$ ، وعليه،



الشكل(5.3.2) انبعاث الأشعة السينية المتصل.

حيث V هو جهد التسارع. من العلاقة السابقة، نجد ان

$$\frac{ch}{\lambda_{\min}} = eV$$

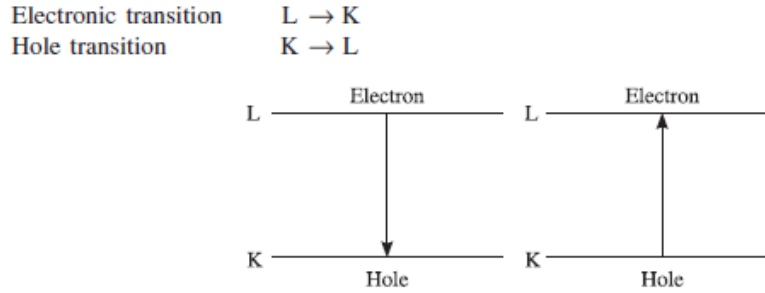
$$\lambda_{\min} = \frac{ch}{eV} = \frac{12400}{V(\text{volt})} \text{ \AA} \quad \dots(5.3.2)$$

في هذه العلاقة، V تمثل القيمة العددية للجهد المسلط بوحدة الفولت. هكذا تعطي نظرية الكم تفسيراً مقنعاً لوجود الحد الموجي القصير. في المعادلة (5.3.2) نجد ان $h = 0 \rightarrow \lambda_{\min} = 0$ ، وهذا يعني ان وجود λ_{\min} يمثل ظاهرة ميكانيكية كمية. يسمى انبعاث الأشعة السينية من الإلكترون المتباطئ بعملية برمشترنج *Bremsstrahlung process* واحيانا تسمى عكس الظاهرة الكهروضوئية

photoelectric effect. حيث في الظاهرة الكهروضوئية يمتص فوتون وتنتقل طاقته وزخمه الى الإلكترون. بينما في عملية برمشترانج ينتج فوتون بفعل تصادم بين الإلكترون والنواة في ذرة الهدف.

(5.4) مستويات طاقة الأشعة السينية X-Ray Energy Levels

عندما يضرب الكترون من الأشعة المهبطية بطاقة عالية هدفا في انبوبة الأشعة السينية ، فإنه يخترق ذرة هذا الهدف ويطرد احد الإلكترونات الموجودة في القشرة الداخلية (القشرة K او القشرة L) ، وهذا يخلق فراغا او ثوبا في الذرة. فمثلا، اذا كان هذا الثقب في القشرة K، يترتب عليه ان يقوم احد الإلكترونات من القشور L, M, N بملى هذا الفراغ (الثقب). اما اذا كان الفراغ في القشرة L، فمن الممكن ملئ هذا الفراغ بإلكترون من L او M او من قشور علوية غيرها. وبعبارة أخرى، اذا كانت الفجوة في القشرة K وتم ملؤها من القشرة L ، فإن الفجوة تتحرك من القشرة K الى القشرة L. لهذا ، تكون القفزة الإلكترونية electronic transition في اتجاه مضاد لقفزة الفجوة (الثقب) hole transition (لاحظ الشكل (5.4.1).



الشكل(5.4.1) قفزات الإلكترون والثقوب عند توليد الأشعة السينية.

عليه، عندما تقفز الإلكترونات من القشور L, M, N, \dots الى القشرة K، ينبعث سلسلة K من الخطوط الطيفية ($K_{\alpha}, K_{\beta}, \dots$). وبالمثل، عندما تقفز الإلكترونات من القشور M, N, \dots الى القشرة L ، ينبعث سلسلة L من الخطوط الطيفية ($L_{\alpha}, L_{\beta}, \dots$). وتظهر الملاحظات بأدوات عالية التفريق ان خطوط السلسلة K ليست منفردة واما تملط تركيبا دقيقا *fine structure*، وكذلك خطوط السلسلة L أيضا. يمكن تفسير وجود هذا التركيب الدقيق في الخطوط الطيفية كالتالي:

تتعين مستويات طاقة الأشعة السينية بأربعة ارقام كمية: n, l, j, m_j . للقشرة K، تكون هذه الأرقام على النحو:

$$n = 1, l = 0 \text{ and } j = l \oplus s = 0 \oplus 1/2 = 1/2.$$

ولهذا، يكون مستوى الطاقة K منفردا، ويمكن اشغاله بالكترونين في حالة $m_j = \frac{1}{2}, m_j = -\frac{1}{2}$. وبالمثل، نجد ان للقشرة L

$$n = 2, l = 0, 1, j = 1 \oplus s = 0 \oplus 1/2 \text{ and } 1 \oplus 1/2 \text{ i.e., } j = 1/2, 3/2.$$

لهذا، يوجد ثلاث مستويات للقشرة L، يشار اليها على النحو: L_I, L_{II}, L_{III} . ويتم ملئ اول هذه المستويات بالكترونين ذات الأرقام الكمية المغناطيسية $-1/2, 1/2$ ، وكذلك في المستوى الثاني يكون هناك الكترونان مقابل للأرقام، بينما يكون في المستوى الثالث اربعة الكترونات ذات الأرقام: $m_j = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$. لهذا تحتوي القشرة L على ثمانية الكترونات. بالمثل للقشرة M، حيث $n=3$ ، يوجد خمس مستويات يرمز لها $M_I, M_{II}, M_{III}, M_{IV}, M_V$. كما تحتوي القشرة N على سبع مستويات: N_I, \dots, N_{VII} . يلخص الجدول التالي الحدود الطيفية لهذه المستويات.

K, $1^2S_{1/2}$,	L_I , $2^2S_{1/2}$,	L_{II} , $2^2P_{1/2}$,	L_{III} , $2^2P_{3/2}$,	M_I , $3^2S_{1/2}$,	M_{II} , $3^2P_{1/2}$,	M_{III} , $3^2P_{3/2}$,	M_{IV} , $3^2D_{3/2}$,	M_V , $3^2D_{5/2}$.
N_I , $4^2S_{1/2}$,	N_{II} , $4^2P_{1/2}$,	N_{III} , $4^2P_{3/2}$,	N_{IV} , $4^2D_{3/2}$,	N_V , $4^2D_{5/2}$,	N_{VI} , $4^2F_{5/2}$,	N_{VII} , $4^2F_{7/2}$		

كما يبين الجدول (5.4.1) العدد الكلي للإلكترونات التي تملئ هذه القشور وترميز المستويات.

Shell	l	j	m_j	Maximum no. of electrons	Level notation
K ($n = 1$)	0	1/2	1/2 , - 1/2	2	$K(1^2S_{1/2})$
L ($n = 2$)	0	1/2	1/2 , - 1/2	2	$L_I(2^2S_{1/2})$
	1	1/2	1/2 , - 1/2	2	$L_{II}(2^2P_{1/2})$
	1	3/2	3/2 , 1/2 , - 1/2 , - 3/2	4	$L_{III}(2^2P_{3/2})$
M ($n = 3$)	0	1/2	1/2 , - 1/2	2	$M_I(3^2S_{1/2})$
	1	1/2	1/2 , - 1/2	2	$M_{II}(3^2P_{1/2})$
	1	3/2	3/2 , 1/2 , - 1/2 , - 3/2	4	$M_{III}(3^2P_{3/2})$
	2	3/2	3/2 , 1/2 , - 1/2 , - 3/2	4	$M_{IV}(3^2D_{3/2})$
	2	5/2	5/2 , 3/2 , 1/2 , - 1/2 , - 3/2 , - 5/2	6	$M_V(3^2D_{5/2})$
N $n = 4$	0	1/2	1/2 , - 1/2	2	$N_I(4^2S_{1/2})$
	1	1/2	1/2 , - 1/2	2	$N_{II}(4^2P_{1/2})$
	1	3/2	3/2 , 1/2 , - 1/2 , - 3/2	4	$N_{III}(4^2P_{3/2})$
	2	3/2	3/2 , 1/2 , - 1/2 , - 3/2	4	$N_{IV}(4^2D_{3/2})$
	2	5/2	5/2 , 3/2 , 1/2 , - 1/2 , 3/2 , 5/2	6	

جدول(5.4.1) التوزيع الإلكتروني في القشور والمستويات الفرعية.

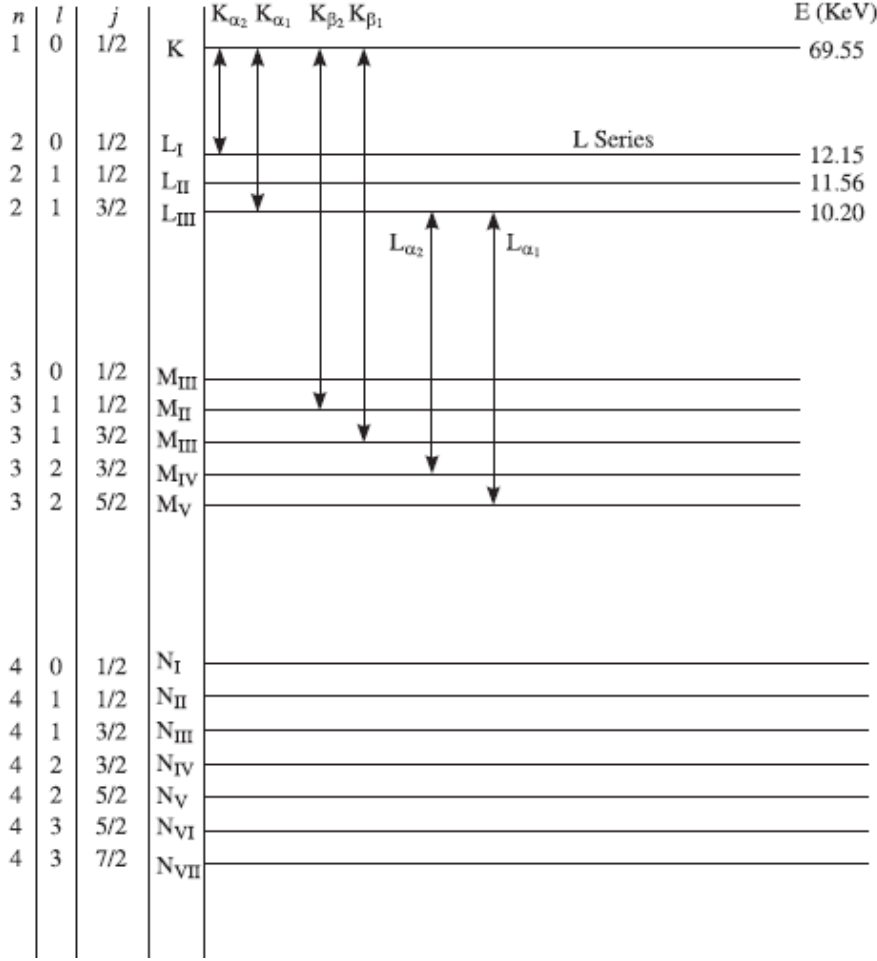
في حالة دراسة أطياف الأشعة السينية تعتبر الذرة المتعادلة *neutral* والتي في الحالة الأرضية ذات طاقة صفرية ، كما تعتبر الذرة التي بها فراغ (ثقب) في المستوى الداخلي ذات طاقة موجبة. على سبيل المثال، إذا كان إلكترون K مفقودا، تكون الفجوة في هذه القشرة، يفترض ان لهذه الذرة طاقة موجبة تساوي الطاقة المطلوبة لنزع هذا الإلكترون من الذرة. من الواضح، ان الذرة الفاقدة لإلكترون من القشرة K يكون لها اعلى طاقة.

فيما يلي نتناول مستويات الطاقة لذرة عنصر التنجستن (${}_{74}W$)

كما مر سابقا ، ينقسم المستوى L الى ثلاث مكونات ، وينقسم المستوى M الى خمس مكونات، كما ينقسم المستوى N الى سبع مكونات ،... وتسمى هذه المكونات التركيب الدقيق (البنية الدقيقة) . عندما يعمل الثقب قفزة من المستوى K الى احدى المستويات L, M, N, \dots تنبعث خطوط طيف الأشعة السينية وتشكل السلسلة- K . وهكذا لباقي خطوط السلاسل. كما تكون القفزات المسموح بها هي التي تحقق قواعد الانتقاء:

$$\Delta l = \pm 1, \Delta j = 0, \pm 1$$

يبين الشكل (5.4.2) بعضاً من هذه الخطوط .



الشكل (5.4.2) مستويات طاقة الأشعة السينية لذرة التنجستن.

في ذرة الهيدروجين يتعرض الإلكترون لقوة جذب ناتجة من شحنة النواة الموجبة وتكون طاقة هذا الإلكترون كما يلي:

$$E_n = -RchZ^2/n^2 \text{ او قيمة الحد هي } T_n = RZ^2/n^2 . \text{ في الذرة الثقيلة التي تكون فيها القشور } K, L, M \dots$$

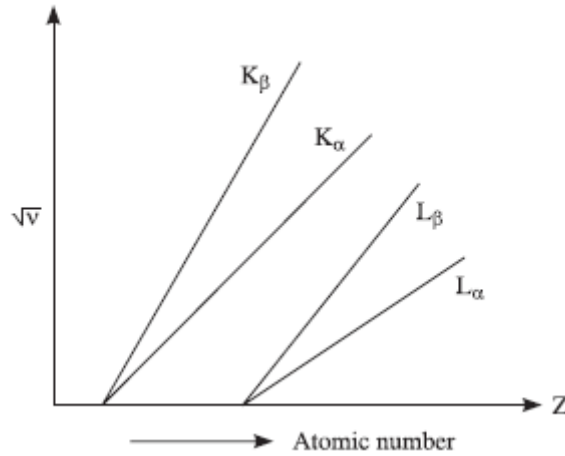
مملوءة، يحجب النواة *screen* ونتيجة لذلك لا تتعرض الإلكترونات الأخرى لقوة جذب كاملة من النواة . وعبارة

أخرى ، يبدو ان كل الكترون K يختزل الشحنة النووية بمقدار الوحدة . وعليه، يمكن القول ان ثابت الحجب screening constant لإلكترون K يساوي 1. بالمثل، كل الكترون في L لا يرى كل الشحنة النووية بسبب الكترونات K (يسمى هذا الحجب الداخلي internal screening) وبسبب الإلكترونات المتبقية في L لحد ما والتي تقع ما بينه وبين النواه (تسمى الحجب الخارجي external screening) . حيث يندمج هذين النوعين من الحجب لإختزال شحنة النواة لإلكترون L . وعليه، يكون ثابت الحجب لإلكترون L يساوي 2 تقريبا. اما لإلكترونات القشرة M يكون ثابت الحجب قريبا من المقدار 10 بفعل الكترولين في K وثمانية الكترونات في L . باعتبار التفاعل المداري - الغزلي والتصحيح النسبي أعطت نظرية ديراك صيغة رياضية لقيمة الحد في طاقة المستوى الذي رقمه الكمي الرئيسي n على النحو التالي

$$T_n = \frac{R(Z-\sigma)^2}{n^2} + \frac{R\alpha^2(Z-\sigma)^4}{n^4} \left\{ \frac{n}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right\} + \frac{R\alpha^4(Z-\sigma)^6}{n^6} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{n}{j+\frac{1}{2}} \right)^3 + \frac{3}{4} \left(\frac{n}{j+\frac{1}{2}} \right)^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{n}{j+\frac{1}{2}} \right) + \frac{5}{8} \right\} \dots(5.4.1)$$

(5.5) قانون موزلي Moseley's Law

في عام 1913، أجرى العالم البريطاني هنري موزلي دراسة منتظمة للأطياف المميزة لعدد كبير من العناصر. وجد من خلال هذه الدراسة ان ترددات الخطوط المنبعثة هي الخواص المميزة لهذه العناصر. وبين ان الجذر التربيعي لترددات الخطوط الطيفية ، مثلا ، الخط K_α ، تتناسب طرديا مع العدد الذري Z للعنصر (الشكل 5.5.1).



الشكل (5.5.1) قانون موزلي .

بشكل رياضي ، وضع هذه العلاقة البيانية على صورة قانون رياضي عرف بإسمة :

$$\sqrt{v} = a(Z - b) \quad \dots(5.5.1)$$

حيث a, b ثوابت لكل سلسلة خطية معينة.

يعتبر اكتشاف موزلي هذا في غاية الأهمية لأنه أوضح ان العدد الذري يمثل كمية اكثر أساسية من الوزن الذري . وهذه الحقيقة شكلت قاعدة للترتيب الصحيح للعناصر في الجدول الدوري.

حصل اكتشاف موزلي بعد نشر نظرية بور لذرة الهيدروجين، لكن من الملاحظ ان نظرية بور ، المقترحة لذرة وحيدة الإلكترون، كانت قادرة على تفسير قانون موزلي. وفقا لهذه النظرية يكون طول موجة الخط الطيفي كما يلي

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

لخط K_{α} : $n_f = 1, n_i = 2$ ، لذلك ،

$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{3}{4} RZ^2 \quad \dots(5.5.2)$$

في نظرية بور لذرة الإلكترون الواحد، اشتقت طاقة الإلكترون بافتراض ان هذا الإلكترون يرى (بدون أي حجب) كل الشحنة النووية. وهذا الفرض يكون صحيحا في حالة وجود الكترون واحد فقط. بينما في حالة الذرات ذات الإلكترونات العديدة نحتاج الى تعديل هذا الفرض. حيث تنشئ ظاهرة الحجب (كما مر معنا في البند السابق) او ظاهرة الحماية shielding effect. وبناء على ذلك ، يجب استبدال العدد الذري Z في المعادلة (5.5.1) بالعدد (Z-b)، حيث b يقيس مقدار الحجب. وعليه ، تصبح هذه المعادلة كالتالي

$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{3}{4} R(Z - b)^2 \quad \dots(5.5.3)$$

لخطوط السلسلة K ، b=1 ، لخطوط السلسلة L ، تكون b=7.4 . لهذا ، نجد ان المعادلة (5.5.3) تصبح كما يلي

$$\frac{1}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{3}{4} R(Z - 1)^2 \quad \dots(5.5.4)$$

او بدلالة التردد :

$$v_{K\alpha} = \frac{3cR}{4}(Z-1)^2$$

(5.6) مزدوج نسبية – الغزل (مزدوج منظم) Spin- Relativity Doublet or Regular Doublet

يسمى زوج مستويات الطاقة الذي له نفس قيم n, L, S ولكن يختلف في قيم J بمزدوج نسبية الغزل. وهذه الأزواج هي

$$(L_{II}, L_{III}), (M_{II}, M_{III}), (M_{IV}, M_V), (N_{II}, N_{III}), (N_{IV}, N_V),$$

$$(N_{VI}, N_{VII}) \text{ or } (2^2P_{1/2}, 2^2P_{3/2}), (3^2P_{1/2}, 3^2P_{3/2}), (3^2D_{3/2}, 3^2D_{5/2}), (4^2P_{1/2}, 4^2P_{3/2}), (4^2D_{3/2}, 4^2D_{5/2}), (4^2F_{5/2}, 4^2F_{7/2}).$$

لوحظ ان الفرق بين الأعداد الموجية لهذه المزدوجات يتناسب تقريبا مع القوة الرابعة للعدد الذري. تعرف هذه الحقيقة بقانون مزدوج نسبية الغزل spin-relativity doublet law. يمكن الحصول على هذا القانون من نتيجة ديراك لقيمة الحد. لنحسب التباعد بين العدد الموجي لمزدوج الحجب screening doublet L_{II} و L_{III} .

$$n = 2, L = 1, S = 1/2, J = 1/2: \text{ للمستوى } L_{II}$$

$$n = 2, L = 2, S = 1/2, J = 3/2: \text{ للمستوى } L_{III}$$

وعليه ،

$$T_2(L_{II}) = \frac{R(Z-\sigma)^2}{2^2} + \frac{R\alpha^2(Z-\sigma)^4}{2^4} \left\{ 2 - \frac{3}{4} \right\} + \frac{R\alpha^4(Z-\sigma)^6}{2^6} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{2}{1} \right)^3 + \frac{3}{4} \left(\frac{2}{1} \right)^2 - \frac{3}{2} \left(\frac{2}{1} \right) + \frac{5}{8} \right\} \quad \dots(5.6.1)$$

$$T_2(L_{III}) = \frac{R(Z-\sigma)^2}{2^2} + \frac{R\alpha^2(Z-\sigma)^4}{2^4} \left\{ 1 - \frac{3}{4} \right\} + \frac{R\alpha^4(Z-\sigma)^6}{2^6} \left\{ \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{3}{2} + \frac{5}{8} \right\} \quad \dots(5.6.2)$$

إذا،

$$T_2(L_{II}) - T_2(L_{III}) = \frac{R\alpha^2(Z-\sigma)^4}{16} \left\{ 1 + \frac{5}{8}(Z-\sigma)^2 \right\}$$

بإهمال الحد الثاني في هذا القوس، نجد ان

$$\Delta\bar{v} = T_2(L_{II}) - T_2(L_{III}) = \frac{R\alpha^2(Z-\sigma)^4}{16}, \quad \sigma = 3.5$$

بما ان عند قيمة مفروضة من قيم L تكون ثابت σ ، لذلك نجد ان : $\Delta\bar{v} \propto (Z-\sigma)^4$.

بالمثل للمستويات M_{II}, M_{III} ، نجد التالي

$$\Delta\bar{v}(M_{II}, M_{III}) = \frac{R\alpha^2(Z-\sigma)^4}{81} \left[\frac{3}{2} + \frac{31}{32}\alpha^2(Z-\sigma)^2 \right], \quad \sigma = 8.5 \quad \dots(5.6.3)$$

(5.7) مزدوج الحجب (غير المنتظم) Screening (Irregular) Doublet

يسمى زوج المستويات الذي له نفس الأرقام الكمية : n, S, J ولكن يختلف في قيم L بمزدوج الحجب . من الأمثلة على هذه الأزواج ما يلي

$$(L_I, L_{II}), (M_I, M_{II}), (M_{III}, M_{IV}), (N_I, N_{II}), (N_{III}, N_{IV}), (N_V, N_{VI}) \text{ or } (2^2S_{1/2}, 2^2P_{1/2}), \\ (3^2S_{1/2}, 3^2P_{1/2}), (3^2P_{3/2}, 3^2D_{3/2}), (4^2S_{1/2}, 4^2P_{1/2}), (4^2P_{3/2}, 4^2D_{3/2}), (4^2D_{5/2}, 4^2F_{5/2}).$$

لوحظ ان الفرق في قيم الحد لزوج ثنائي الحجب screening doublet يتناسب مع الفرق بين قيم ثوابت الحجب لمركبتي هذا المزدوج (الثنائي). يسمى هذا بقانون مزدوج الحجب (غير المنتظم).

باعتبار الحد الأول من صيغة قيمة الحد ، نحصل على

$$T_n = \frac{R(Z-\sigma)^2}{n^2} \quad \dots(5.7.1)$$

$$\sqrt{T_n} = \frac{\sqrt{R}}{n}(Z-\sigma) \quad \dots(5.7.2)$$

لمزدوج الحجب $n = 2$ ، L_{II}, L_I ، نجد ان

$$\sqrt{T_2}(L_I) = \frac{\sqrt{R}}{2}(Z - \sigma_I) \quad \dots(5.7.3)$$

$$\sqrt{T_2}(L_{II}) = \frac{\sqrt{R}}{2}(Z - \sigma_{II}) \quad \dots(5.7.4)$$

لهذا

$$\sqrt{T_2}(L_I) - \sqrt{T_2}(L_{II}) = \frac{\sqrt{R}}{2}[\sigma_{II} - \sigma_I] \quad \dots(5.7.5)$$

أو

$$\Delta(\sqrt{T}) = \text{const.}(\sigma_{II} - \sigma_I)$$

أي ان الفرق لا يتوقف على Z .

(5.8) امتصاص الأشعة السينية X-Rays Absorption

إذا مرت حزمة متوازية من الأشعة السينية خلال وسط ما فإن شدة الشعاع المار تتناقص. لنفرض ان I_0 تمثل شدة الشعاع الساقط، I شدة هذا الشعاع بعد قطعه مسافة x خلال الوسط، $-dI$ مقدار النقصان في شدة الشعاع عند اختراق مسافة متناهية الصغر dx من الوسط (الشكل 5.8.1). وجد ان مقدار ضياع الشدة الكسري يتناسب مع dx أي .

$$-\frac{dI}{I} \propto dx$$

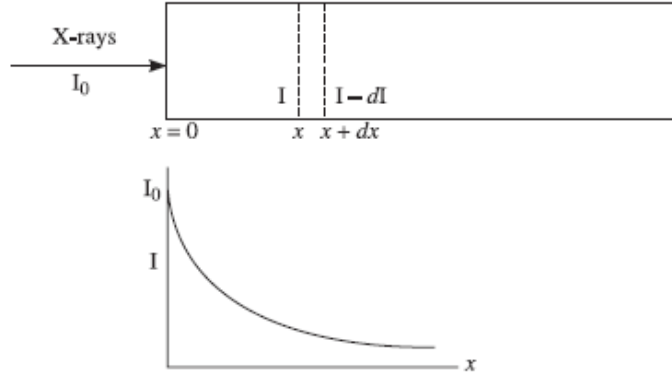
$$-\frac{dI}{I} = \mu dx \quad \dots(5.8.1)$$

حيث μ ثابت ويسمى معامل الامتصاص الخطي وتكون ابعاده m^{-1} ، وتعتمد قيمته على طول موجة الأشعة السينية وعلى مادة الوسط الممتص.

عند تكامل معادلة (5.8.1)، نحصل على

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\mu \int_0^x dx$$

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad \dots(5.8.2)$$



الشكل (5.8.1) امتصاص الأشعة السينية.

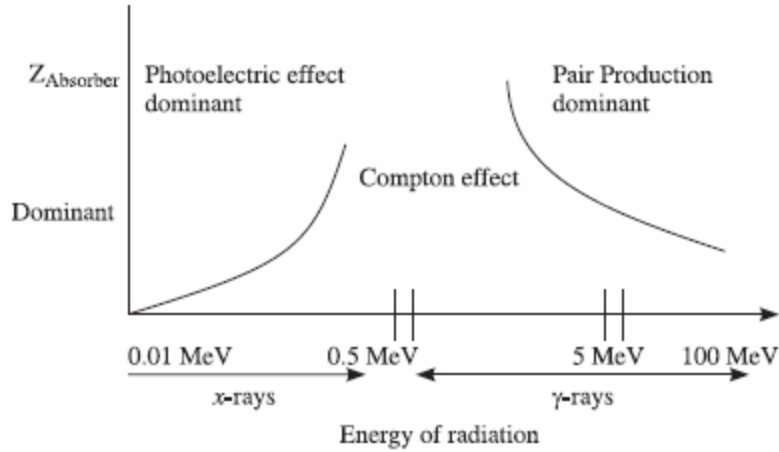
نلاحظ من الشكل (5.8.1) ان شدة الأشعة اثناء مرورها خلال الوسط تتناقص أسياً مع المسافة المخترقة خلال هذا الوسط. عادة ما يعبر عن معادلة (5.8.1) بدلالة ما يعرف بمعامل التوهين *attenuation coefficient* ويرمز له μ_m ، حيث $\mu_m = \mu/\rho$ ، حيث ρ هي كثافة مادة الوسط. فيزيائياً، يعبر هذا المعامل عن احتمالية إزالة فوتون الأشعة السينية اثناء مرورها خلال الوسط المادي.

• آلية امتصاص الأشعة السينية

تتلخص العمليات الأولية للتفاعل المسؤول عن امتصاص الإشعاع الكهرومغناطيسي على النحو التالي:

- (1) التأثير الكهروضوئية *photoelectric effect*
- (2) تشتت كومبتون *Compton scattering*
- (3) إنتاج الزوج *pair production*

بما ان طاقة فوتون الأشعة السينية تقع ضمن المدى $100\text{KeV} - 1$ ، لذلك، لا يمكن ان يكون هناك عملية توليد الزوج (طاقة البدء تساوي 1.02MeV). لهذا، يكون النقصان في شدة الأشعة السينية بواسطة التأثيران الأوليان (الكهروضوئية و تشتت كومبتون)، كما يكون العامل السائد فهو العامل الكهروضوئي في عملية الامتصاص (لاحظ الشكل 5.8.2). يبين هذا الشكل العلاقة بين الوسط الممتص (العدد الذري) مع طاقة الإشعاع المار خلال الوسط، كما يظهر عوامل الامتصاص السائدة.



الشكل (5.8.2) آلية امتصاص الأشعة خلال المرور في الوسط المادي.

فيما يلي نتناول في البنود التالية مفاهيم هذه الظواهر بالتفصيل.

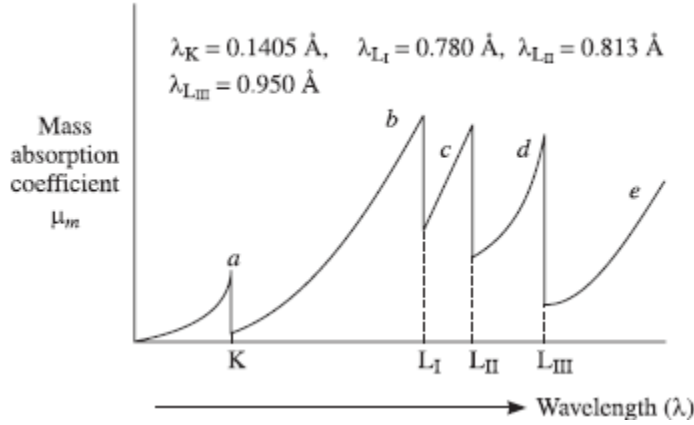
(a) التأثير الكهروضوئي photoelectric effect

في عملية التأثير الكهروضوئي يتم امتصاص الذرة للفوتون الساقط عليها وانبعثت الكترون . من الطابع الغريب في هذه العملية ان الإلكترونات الحرة لا يمكنها امتصاص او بعث الفوتون بسبب التأثير المرتبط بقانوني حفظ الطاقة والزخم. تكون احتمالية هذه الظاهرة عظمى إذا كانت طاقة الفوتون تقارب لطاقة ربط الإلكترون binding energy. كما يلاحظ ان الزيادة في طاقة الفوتون يرافقتها هبوط عنيف في معامل الامتصاص لأن الإلكترونات الذرية تصبح مشابهة للإلكترونات الحرة. تتغير طاقات ربط الكترون K- من 1.56keV لعنصر Al الى 88.10KeV لعنصر الرصاص Pb ، وهذا يقع ضمن مدى طاقة الأشعة السينية. كما ان طاقة ربط الكترون L- تكون اقل من طاقة ربط الكترون L- ، وعليه يكون التأثير الكهروضوئي اكثر احتمالا للحدوث بالكترونات K-، L- . الآن يمكن تفسير اعتماد معامل الامتصاص المبين في الشكل (5.8.2) كما يلي:

عند ما تكون طاقة فوتون الأشعة السينية عالية (اي قصيرة في طول الموجة)، تزداد احتمالية عملية الامتصاص بالعامل الكهروضوئي وتصبح ذات قيمة عظمى عندما تكون طاقة الفوتون مساوية لطاقة ربط الكترون K- . عند هذه الطاقة ينطلق عدد اعظم من الكترونات K- من المادة الممتصة. يسمى طول موجة الأشعة السينية المقابل في حالة الامتصاص الأعظم بحافة امتصاص K K absorption edge ، ويرمز لطول الموجة بالرمز λ_K ، من الواضح ان طاقة الربط لإلكترون K- تعطى كما يلي

$$E_K = \frac{ch}{\lambda_K} \quad \dots(5.8.3)$$

يوضح الشكل (5.8.3) للعلاقة بين حافة الامتصاص لإلكترون L- , K- في حالة عنصر الرصاص مع معامل الامتصاص الكلي.



الشكل (5.8.3) الحواف الامتصاصية لإلكترون L- , K لعنصر الرصاص .

عند الطاقة الأقل من E_K او عند طول الموجة الأكبر من λ_K ، يهبط الامتصاص فجأة لأن فوتون الأشعة السينية يكون عاجزا عن اطلاق الكترونات K- . مع ان هذه الطاقة كافية لإطلاق الكترون L- ولكن احتمالية اطلاق هذا الإلكترون تكون صغيرة. ومع التناقص المستمر في هذه الطاقة (زيادة في طول الموجة) يزداد الامتصاص الكهروضوئي (مع ترافق اطلاق الكترون L-) حتى يصبح اعظمي عندما تتساوى طاقة الفوتون مع طاقة ربط الكترون L- . بما انه يوجد ثلاث مستويات من L، لذلك يكون هناك ثلاث حواف امتصاصية

$$M_I, M_{II}, M_{III}, M_{IV}, M_V$$

(الشكل 5.8.3) هي L_I, L_{II}, L_{III} . مع استمرار ازدياد الطاقة يلاحظ وجود خمس حواف امتصاصية تقابل خمس مستويات M هي :

باستثناء حالة الحواف الامتصاصية ، يمكن وصف اعتماد الامتصاص الكهروضوئي على العدد الذري Z للمادة الممتصة للأشعة السينية وعلى طاقة الفوتون (E) بالعلاقة التالية

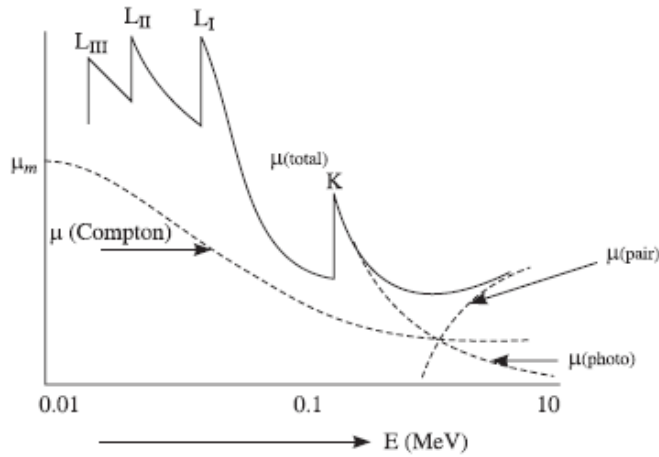
$$\begin{aligned} \mu_{\text{photo}} &= CZ^4E^{-3} \\ &= C'Z^4\lambda^3 \end{aligned} \quad \dots(5.8.4)$$

(3) امتصاص تشتت كومبتون Absorption due to Compton Scattering

يسمى تشتت فوتون الأشعة السينية بواسطة الإلكترونات الذرية ضعيفة الربط بتأثير كومبتون. ويكون ذلك بسبب انحراف فوتون الأشعة السينية عن اتجاه مسارها الأصلي بفعل هذا التشتت وعدم وصولها الى الكاشف detector. يعطى معامل الامتصاص المقابل لتأثير كومبتون بالعلاقة التالية:

$$\mu_{\text{Compton}} = C \frac{Z}{E}, \quad C = \text{constant} \quad \dots(5.8.5)$$

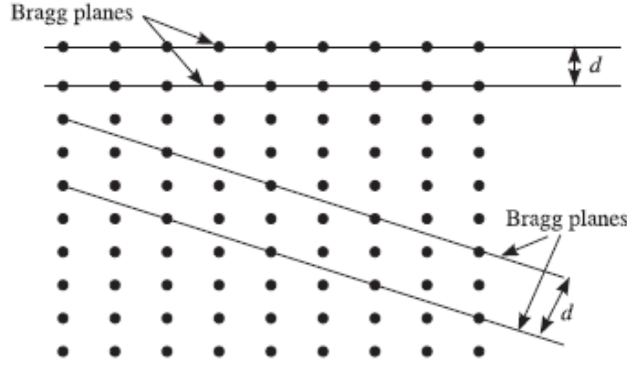
يبين الشكل (5.8.4) العلاقة البيانية لمعامل الامتصاص كدالة لطاقة فوتون الأشعة السينية بفعل مساهمة العوامل الامتصاصية الثلاثة (الكهروضوئي، تشتت كومبتون ، وانتاج الزوج) في عملية الامتصاص للفوتون خلال مرور الأشعة في الوسط المادي (الرصاص). نلاحظ من الشكل ان تأثير كومبتون يخلف *supersedes* التأثير الكهروضوئي عند الطاقة $E > 0.5 \text{ MeV}$.



الشكل(5.8.4) معامل الامتصاص كدالة لطاقة فوتون الأشعة السينية.

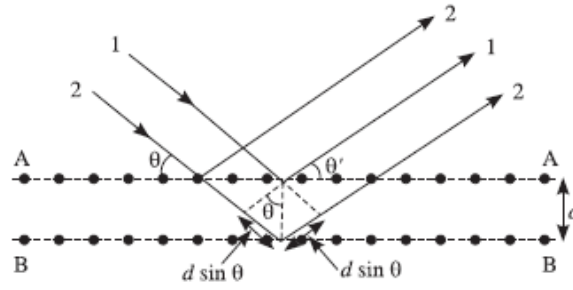
(5.9) قانون براغ Bragg's Law

اقترح العالم براغ ان أي بلورة ما *crystal* تتكون من مستويات متوازية ومتباعدة بالتساوي *equidistant parallel planes* ويمكن لهذا التصور ان يتكرر لجميع الذرات في البلورة . يوضح الشكل (5.9.1) بعض الأنظمة النمطية لهذه المستويات والمسافات بينها. تسمى هذه المستويات بمستويات براغ *Bragg planes* وتدعى المسافات بينها بتباعد براغ *Bragg spacing*.



الشكل (5.9.1) مستويات براغ في البلورات .

لنعتبر مجموعة من المستويات الذرية المتوازية في بلورة ما ، ولنمثل اثنين منهما بالخطوط AA و BB ، حيث المسافة d (الشكل 5.9.2). تكون المستويات الفعلية متعامدة مع مستوى الصفحة . لنفرض ان شعاع احادي اللون من الأشعة السينية يسقط على هذه المستويات بحيث يصنع زاوية θ معها. تسمى هذه بالزاوية التماسية (القريبة من السطح) *glancing angle* وهي متممة لزاوية السقوط. هنا تنتشيت الأشعة الساقطة 1,2 بفعل ذرات المستوى العلوي وتنعكس في الاتجاه الذي يصنع زاوية θ' ، حيث تتبع قوانين الانعكاس المعروفة في الضوء وهي $\theta = \theta'$. لهذا، تعمل المستويات الذرية عمل المرآة. اما الشرط اللازم تحقيقه من اجل الحصول على تداخل بناء بين الأشعة المنعكسة من كل المستويات الموازية للمستوى AA هو ان يكون فرق المسار بين هذه الأشعة يساوي عدد صحيح من طول موجة هذه الأشعة. من الشكل (5.9.2) نجد ان الصيغة الرياضية لهذا الشرط كما يلي:



الشكل (5.9.2) انعكاس الأشعة السينية عن مستويات براغ.

شرط التداخل البناء:

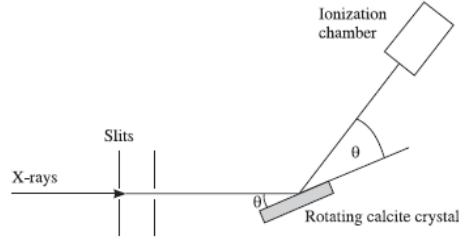
$$2d \sin \theta = n \lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \dots(5.9.1)$$

تعرف هذه المعادلة بقانون براغ

• مطياف براغ Bragg's Spectrometer

صمم العالم براغ وابنه جهازا لقياس طول موجة الأشعة السينية (الشكل 5.9.3). يتكون هذا الجهاز من بلورة الكلسيت او الميكا مثبتة على منضدة تدور حول محور عمودي ، ومن كاشف للأشعة المنعكسة من تلك البلورة. وعادة يكون الكاشف، وهو عبارة عن غرفة تأين، مثبت مع ذراع يدور حول نفس المحور العمودي السابق. باستخدام شق ضيق يسمح لحزمة ضيقة من الأشعة السينية بالمرور والسقوط على سطح البلورة بزواوية θ ويتم تدوير الكاشف لإستقبال الأشعة المنعكسة بنفس الزاوية . بتغيير وضع الكاشف ، تكون الأشعة المنعكسة التي تصل اليه قد حققت شرط براغ. كما يمكن تغيير الزاوية θ (بتدوير البلورة والكاشف معا) الحصول على انعكاسات برتب مختلفة. لنفرض ان $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots$ هي زوايا براغ التي تقابل الرتب الأولى، الثانية، والثالثة ... وعليه ،

$$\begin{aligned} 2d \sin \theta_1 &= \lambda \\ 2d \sin \theta_2 &= 2\lambda \end{aligned}$$



الشكل (5.9.3) مخطط مطياف براغ .

بمعرفة تباعد براغ بين المستويات الذرية ، يمكن حساب طول موجة الأشعة السينية.

دعنا نحسب المسافة البينية للمستويات الذرية لبلورة كلوريد الصوديوم وهي بلورات مكعبة الشبكة cubic lattice :

الوزن الجزيئي = 58.5 kg/kmol ، الكثافة = $2.16 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ، عدد افوجادرو = $6.02 \times 10^{26} \text{ molecules/kmol}$

الحجم المولي molar volume

$$V_m = \frac{M}{\rho}$$

حجم الجزيء الواحد

$$= \frac{V_m}{N_A} = \frac{M}{\rho N_A}$$

حجم الأيون المنفرد

$$\frac{M}{2\rho N_A}$$

إذا كانت d هي المسافة البينية الذرية فإن

$$d^3 = \frac{M}{2\rho N_A}$$

إذا

$$d = \left(\frac{M}{2\rho N_A} \right)^{1/3} = \left(\frac{58.5}{2 \times 2.16 \times 10^3 \times 6.02 \times 10^{26}} \right)^{1/3}$$

$$= 2.82 \times 10^{-10} \text{ m} = 2.82 \text{ \AA}.$$

أمثلة

- (1) جد اعظم جهد كهربى يسلمط على انبوبة الأشعة السينية لتوليد هذه الأشعة (i) بطول موجة كومبتون (ii) بطول موجة $1A^0$ (iii) بطول موجة قادرة على انتاج الزوج؟

الحل

$$\lambda = \lambda_{min} = 0.024A^0 \text{ طول موجة كومبتون} \quad (i)$$

$$\lambda_{min} = \frac{12400 \text{ eV}\text{\AA}}{x \text{ eV}} \text{ where } x \text{ is the numerical value of applied voltage in volt.}$$

$$x = \frac{12400 \text{ eV}\text{\AA}}{\lambda_{min}} = \frac{12400 \text{ eV}\text{\AA}}{0.024 \text{ \AA}} = 511 \times 10^3 \text{ volt}$$

$$x = \frac{12400 \text{ eV}\text{\AA}}{\lambda_{min}} = \frac{12400 \text{ eV}\text{\AA}}{1 \text{ \AA}} = 12.4 \text{ KV.} \quad (ii)$$

- (iii) لإنتاج الزوج، تكون القيمة الصغرى لطاقة فوتون الأشعة السينية يساوي 1.02 MeV ، يجب ان تكون طاقة الإلكترون الصدام للهدف في انبوبة الأشعة السينية مساوية لهذه الطاقة على الأقل. ولذلك، يجب تسليط جهد على الأنبوبة بمقدار

$$1.02 \times 10^3 \text{ V}$$

- (2) اذا ازداد الجهد المسلط على انبوبة الأشعة السينية بمقدار n مرة، ينزاح حد الموجة القصير للإشعة في الطيف المستمر بمقدار $d\lambda = 26 \text{ pm}$. جد قيمة الجهد الابتدائي المسلط على الأنبوبة إذا كانت $n=3/2$ ؟

الحل

الجهد الابتدائي :

$$\lambda_m = \frac{ch}{eV}$$

عند الجهد النهائي :

$$\lambda'_m = \frac{ch}{eV'}$$

$$d\lambda = \lambda_m - \lambda'_m = \frac{ch}{e} \left(\frac{1}{V} - \frac{1}{V'} \right) = \frac{ch}{e} \left(\frac{1}{V} - \frac{1}{nV} \right)$$

$$V = \left(\frac{n-1}{n} \right) \frac{ch}{e.d\lambda} = \left(\frac{1}{3} \right) \frac{12400 \text{ eV} \cdot \text{\AA}}{e.(0.26 \text{\AA})} = 15.9 \text{ KV}$$

(3) اذا كانت طول موجة K_α لخط طيف لعنصر ما تساوي 1.54\AA ، جد العدد الذري لعنصر الهدف في الأنبوية؟

الحل

لخط الطيف K_α

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4} R(Z-1)^2 \quad \text{whence } Z = 1 + \sqrt{\frac{4}{3\lambda R}}$$
$$Z = 1 + 28.2 = 29.$$

(4) جد طول موجة خط الطيف K_α للنحاس ($Z=29$) اذا كانت طول موجة هذا الخط في عنصر الحديد تساوي 1.193 pm ؟

الحل

يكون طول موجة خط الطيف K_α كما يلي

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4} R(Z_1 - 1)^2$$

لعنصر الحديد

$$\frac{1}{\lambda'} = \frac{3}{4}R(Z_2 - 1)^2$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{(Z_1 - 1)^2}{(Z_2 - 1)^2} = \left(\frac{28}{27}\right)^2$$

$$\lambda' = \left(\frac{28}{27}\right)^2 (193 \text{ pm}) = 154 \text{ pm}.$$

(5) باستخدام قانون موزلي جد طول موجة خط الطيف K_α لعنصري Al, Co ؟

الحل

قانون موزلي

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4}R(Z - 1)^2$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{4}{3R(Z - 1)^2} = \frac{4}{3 \times 1.097 \times 10^7 (13 - 1)^2} \\ &= 844 \times 10^{-12} \text{ m} = 844 \text{ pm} \end{aligned}$$

لعنصر الكوبلت Co :

لخط الطيف K_α

$$(Z = 27), \lambda = 180 \text{ pm}.$$

(6) جد عدد العناصر الموجودة في صف بين اطوال موجات خط الطيف K_α والتي تساوي 250 pm ، 179 pm ؟

الحل

لخط الطيف K_α

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{3}{4} R(Z-1)^2 \Rightarrow Z = 1 + \sqrt{\frac{4}{3\lambda R}}$$

بالتعويض بقيم طول الموجات $\lambda_1 = 250pm, \lambda_2 = 179pm$ للمعطاة في السؤال، نجد ان

$$Z_1 = 23 \text{ and } Z_2 = 27$$

تكون العناصر المطلوبة : 24,25,26

(7) جد طاقة الربط لإلكترون K- لعنصر الفناديوم ($Z=23$) الذي يملك L حافة امتصاصية بطول موجة $\lambda_L = 2.4nm$ ؟

الحل

طاقة الربط لإلكترون L :

$$E_L = \frac{ch}{\lambda_L} \\ = \frac{12400 \text{ eV}\cdot\text{\AA}}{24 \text{ \AA}} = 516 \text{ KeV}$$

طول موجة خط K_α :

$$E_K - E_L = \frac{ch}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{3}{4} Rch(Z-1)^2, \quad (Rch = 13.6 \text{ eV}) \\ = \frac{3 \times 13.6 \text{ eV} \times (23-1)^2}{4} = 4.937 \text{ KeV}$$

تكون طاقة الربط لإلكترون K-

$$E_K = 0.516 \text{ KeV} + 4.937 \text{ KeV}$$

$$= 5.55 \text{ KeV.}$$

(8) اذا كانت الحافة الامتصاصية لإلكترون K- لعنصر التنجستن هي $0.178A^0$ وكانت طول موجة خط الطيف K_α هي

$$0.210A^0$$

جد طول موجة الحافة الامتصاصية لإلكترون L؟.

الحل

حيث ان طول موجة الحافة الإمتصاصية تقيس طاقة الربط للإلكترون المقابل، لذلك تكون طاقة ربط الكترون K هي

$$E_K = \frac{ch}{\lambda_K} = \frac{12.4 \text{ KeV} \cdot \text{Å}}{0.178 \text{ Å}} = 69.67 \text{ KeV}$$

تكون طول موجة خط الطيف K_α كما يلي

$$\begin{aligned} E_K - E_L &= \frac{ch}{\lambda_{K\alpha}} \\ &= \frac{12.4 \text{ KeV} \cdot \text{Å}}{0.210 \text{ Å}} = 59.04 \text{ KeV} \end{aligned}$$

إذا،

طول موجة الحافة الامتصاصية L هي

$$E_L = \frac{ch}{\lambda_L} \Rightarrow \lambda_L = \frac{ch}{E_L} = \frac{12.4 \text{ KeV} \cdot \text{Å}}{10.63 \text{ KeV}} = 1.17 \text{ Å}.$$

- (9) اذا كانت الحافة الإمتصاصية K لعنصر التنجستن تساوي 0.18 Å ، واسقط عليه اشعة سينية بطول موجي 0.14 Å .
جد الطاقة الحركية العظمى للفوتون الكهروضوئي المنبعث من القشرة K.؟

الحل

الطاقة الحركية لإلكترون K هي

$$E_K = \frac{ch}{\lambda_K} = \frac{12.4 \text{ KeV} \cdot \text{Å}}{0.18 \text{ Å}} = 68.89 \text{ KeV}$$

طاقة الفوتون الساقط هي

$$E = \frac{ch}{\lambda} = \frac{12.4 \text{ KeV} \cdot \text{Å}}{0.10 \text{ Å}} = 124 \text{ KeV}$$

إذا،

تكون الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنبعث من العنصر كما يلي

$$K = (124 - 68.89) \text{ KeV} = 55.11 \text{ KeV}.$$

(10) جد الطاقة الحركية للإلكترون الكهروضوئي المتحرر بواسطة اشعاع K_{α} لعنصر الزنك من القشرة K في عنصر الحديد حيث طول موجة الحافة الإمتصاصية للشريط K تساوي $\lambda_K = 174 \text{ pm}$ ؟

الحل

طاقة ربط الكترون K لعنصر الحديد :

$$E_K = \frac{ch}{\lambda_K} = \frac{12.4 \text{ KeV} \cdot \text{Å}}{1.74 \text{ Å}} = 7.126 \text{ KeV}$$

طاقة فوتون إشعاع K_{α} :

$$E = \frac{ch}{\lambda_{K\alpha}} = \frac{3}{4} Rch(Z-1)^2 = 8.578 \text{ KeV}$$

تكون الطاقة الحركية للإلكترون الضوئي المتحرر من الحديد هي

$$K = E - E_K = (8.578 - 7.126) \text{ KeV} = 1.452 \text{ KeV}.$$

تمارين

- (1) ماذا نعني بالأشعة السينية المميزة والمتصلة؟
 - (2) اذكر نص قانون موزلي، وبين كيف يمكن اشتقاقه من نظرية بور؟
 - (3) اشتق قانون براغ وبين كيف يمكن تحديد طول موجة الأشعة السينية من هذا القانون؟
 - (4) وضح نشوء السلاسل المختلفة للأشعة السينية المميزة؟
 - (5) إذا كانت نهاية (حد) الطيف المتصل، عندما تعمل انبوبة الأشعة السينية بجهد قدره 50kV، تساوي $0.249 \times 10^{-10} m$. جد ثابت بلانك؟
 - (6) إذا تم تحري الأشعة السينية ذات الموجة $0.5A$ عند زاوية 5^0 للرتبة الأولى في مطياف براغ، جد المسافة البينية للمستويات الذرية في البلورة. ثم جد الزاوية التي تحدث عندها الرتبة الثانية العظمى؟
 - (7) إذا حصل حيود للأشعة السينية ($\lambda = 1.6A^0$) في الرتبة الثانية عند زاوية 30^0 في مطياف الأشعة السينية . احسب المسافة البينية للمستويات الذرية؟
 - (8) جد أطول موجة يمكن تحليلها بواسطة بلورة ملح روك ($d=2.82A^0$) في حالة الرتبة الأولى والرتبة الثانية؟
-

References المراجع

- (1) R.B. Singh, *Introduction to Modern Physics*, Vol.I, 2nd edit., New Age International(P) Ltd, New delhi (2009).
 - (2) Henry Semat, *Introduction to Atomic Physics and Nuclear Physics*, 4th edit., Holt, Rinehart and Winston, New York (1966).
 - (3) Hans Neidderer and Stefan Deylitz, *Introduction to Atomic Physics*, Institute of Physics Education, University of Bremen, (1998).
 - (4) Peter J.Nolan, *Fundamentals of Modern Physics*, 1st edition, USA (2014).
 - (5) Kenth S.Krane, *Modern Physics*, 2nd edition, John Wiley &sons, Inc.
 - (6) M.Jammer, *The Philosphy of Quantum Mechanics*, New York (1974).
 - (7) B.L.Cline , *Men who made a new Physics and Quantum Theory*, Chicago, USA (1987).
 - (8) David J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*, Prentice- Hall,Inc.,New Jersey(1995).
 - (9) Percy Bridgman, *The Logic of Modern Physics*, MacMillan,New York (1927).
 - (10) John C. Morrison, *Modern Physics for Scientists and Enginrees*, Elsevier B.V., 2nd edit (2015).
 - (11) Paul A. Tiper and Ralph A.Liewellyn, *Modern Physics*, Clancy Marsall, 5th edit (2008).
 - (12) Serway, Moses, and Moyer, *Modern Physics*, Brooks/Cole, 2nd edit.
 - (13) Thornton and Rex, *Modern Physics for Scientists and Engineers*, 3rd ed.
-